Station 1	Wachstum und Abnahme	Thema 1

Aufgabe 1: Hier siehst du die Einnahmen der Firma CompuTec. Bestimme das durchschnittliche Wachstum von 2001 – 2005.

2001	2002	2003	2004	2005
1,2 Mio.	1,1 Mio.	1,9 Mio.	1,4 Mio.	2,0 Mio.

Endgröße: ____ Anfangsgröße: ____ Anzahl der Zeitabschnitte: ____

$$\mathbf{d} = \frac{\textit{Endgröße} - \textit{Anfangsgröße}}{\textit{Anzahl der Zeitabschnitte}} = \frac{? \; - \; ?}{?} = \ldots$$

Aufgabe 2: In der Tabelle ist die Anzahl der Arbeitslosen in Deutschland dargestellt.

2014	2015	2016	2017	2018	2019
2,89 Mio.	2,79 Mio.	2,69 Mio.	2,53 Mio.	2,34 Mio.	2,26 Mio.

a) Bestimme das durchschnittliche Wachstum von 2014-2019.

b) Berechne auch jeweils das jährliche Wachstum (2014-2015, 2015-2016, usw.) In welchem Jahr sinkt die Arbeitslosigkeit am Meisten?

Aufgabe 3: Bearbeite die Aufgabe.

Frau Huber hat immer mit ihrem Gewicht zu kämpfen. 1980 wog sie noch stramme 55 kg. Nach der Geburt ihres Sohnes 1990 wog sie ganze 87 kg. Heute im Jahr 2020 hat sie wieder Gewicht verloren und wiegt noch 62 kg.

a) Bestimme jeweils das absolute Wachstum.

b) Bestimme das durchschnittliche Wachstum zwischen 1980 und 2020.

c) Was würde man über den Wert aus b) denken, wenn man ihr Gewicht zwischendurch nicht kennen würde?

Lösung

Aufgabe 1:

$$d = \frac{2{,}0 - 1{,}2}{4} = \frac{0{,}8}{4} \left[= 0{,}8 : 4\right] = \underline{\underline{0{,}2 \text{ Mio}}} \quad \text{(Zunahme)}$$

Aufgabe 2:

$$d = \frac{2{,}26 - 2{,}89}{5} = \frac{-0{,}63}{5} = \underline{\underline{-0{,}126 \text{ Mio}}} \quad \text{(Abnahme)}$$

2014 - 2015: $-0{,}1$ 2015 - 2016: $-0{,}1$ 2016 - 2017: $-0{,}16$

2017 - 2018: $-0{,}19$ 2018 - 2019: $-0{,}08$

Aufgabe 3:

a) 1980 - 1990: +32 kg 1990 - 2020: -25 kg

b) $d = \frac{62-55}{40} = +0{,}175$

c) ... dass sie über die Jahre kaum zugenommen hat. Dabei hat sie aber 32 kg innerhalb von 10 Jahren zugenommen.

Station 2.1 | Wachstumsrate und Wachstumsfaktor | Thema 2

Aufgabe 1: Bestimme die Wachstumsrate p% und den Wachstumsfaktor (wie in a).

a) Die Anzahl der Verletzten an Silvester ist von 2019 – 2020 von 125 auf 166 Personen gestiegen.

$p\% = \frac{\textit{Neue Größe} - \textit{alte Größe}}{\textit{alte Größe}} = \frac{166 - 125}{125} = \ldots = \ldots\ \%$ $\qquad q = 1 + p\% = 1 + 0,\_\_ = \_\_\_\_\_\_$

b) Im Jahr 2018 hat Marie 480 Euro für Schuhe ausgegeben. Im Jahr 2019 nur noch 400 €.

Achtung: negative Wachstumsrate.

$\% = \frac{\textit{Neue Größe} - \textit{alte Größe}}{\textit{alte Größe}} = \frac{\_\_\_ - \_\_\_}{\_\_\_} = -\ldots = -\ldots\ \%$ $\qquad q = 1 + p\% = 1 - 0,\_\_ = \_\_\_\_\_\_$

c) Das Gehalt von Polizisten ist von 2019 auf 2020 von 2350 € auf 2500 € angehoben worden.

d) Die Apple Aktie ist seit ihrer Einführung von 3 € auf 25 € pro Stück gestiegen.

e) Die Ausgaben für Bildung sind von 2015 auf 2019 von 5,9 Millionen auf 5,2 Millionen gesunken.

f) Im Jahr 1990 kostete ein kg Gold 15000 Dollar. Im Jahr 2000 13500 Dollar und 2020 21000 Dollar. Bestimme p% und q für „1990 & 2000", „2000 & 2020" und „1990 & 2020".

Lösung

a) $p\% = \frac{166-125}{125} = \frac{41}{125} = 0{,}328 = 32{,}8\%$ $\quad q = 1 + 0{,}328 = 1{,}328$

b) $p\% = \frac{400-480}{480} = -0{,}17$ $\quad q = 1 - 0{,}17 = 0{,}83$

c) $p\% = 0{,}06$ $\quad q = 1 + 0{,}06 = 1{,}06$

d) $p\% = 7{,}33$ $\quad q = 1 + 7{,}33 = 8{,}33$

e) $p\% = -0{,}12$ $\quad q = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$

f) $p\% = -0{,}1$ $\quad q = 0{,}9$ | $q = 1{,}56$ | $q = 1{,}4$

Station 2.2	Wachstumsrate und Wachstumsfaktor	Thema 2

Mit Hilfe der Wachstumsrate bzw. des Wachstumfaktors kann man Werte nach einer Zunahme/Abnahme bestimmen. Dafür musst du zunächst q bestimmen und dann gilt:

Alter Wert · q = Neuer Wert

a) Mein Gehalt von 3100 € ist um 6 % gestiegen.

q = 1,06 Neues Gehalt = ________ · ______

b) Die Anzahl der Schüler an der Gesamtschule ist von 960 um 5 % gefallen.

q = 0, ___ Neue Anzahl:

c) Mein Gehalt von 2500 € ist um 8 % gesunken.

d) Die Anzahl der Schüler an der Gesamtschule ist von 900 um 11% gestiegen.

e) Die Produktion hat sich von 320.000 Schraube um 23 % erhöht.

f) Ein Landwirt hat durch einen Brand 25 % seines Lands (5 Hektar) verloren.

Möchtest du den Wert vor der Zunahme/Abnahme bestimmen setzt du die gegebenen Werte in die „Formel" ein und stellst die Gleichung um.

Beispiel: Mein Gehalt ist auf 3000 € gestiegen, nämlich um 20 %. Altes Gehalt x?

q = 1,20 x · 1,20 = 3000

x = 3000 : 1,2

x = ...

a) Mein Gehalt ist auf 3000 € gestiegen, nämlich um 20 %. Altes Gehalt?

$q = 1,\_\_\_\_$ $\qquad\qquad x \cdot \_\_\_\_\_\_ = 3000$

b) Letztes Jahr habe ich noch 840 € für den Flug nach Thailand bezahlt. Dieses Jahr sind es 910 €. Um wie viel Prozent ist der Preis gestiegen?

$840 \cdot x = 910$ $\qquad q = \dots \qquad p\% = \dots$

c) Meine Miete ist auf 450 € gesunken, nämlich um 10 %. Miete vorher?

d) Die Produktion hat sich um 8,2 % erhöht, auf 445440 Stück. Stückzahl vorher?

e) Ein Bauer hat durch einen Wolf 5 % seiner Schafe verloren. Jetzt hat er nur noch 190. Wie viele hatte er vorher?

f) Mit meiner Versicherung habe ich einen Rabatt für mein Auto ausgehandelt. Ich zahle statt 150 € nur noch 132 €. Wie hoch ist der Rabatt? (q = … p % = …)

Lösung

a) $3100 \cdot 1{,}06 = \underline{3286}$ $\qquad$ b) $960 \cdot 0{,}95 = \underline{\underline{912}}$

c) 2300 $\qquad$ d) 999 $\qquad$ e) 393.600 $\qquad$ f) 3,75

a) $x \cdot 1{,}20 = 3000$

$x = 3000 : 1{,}2$

$x = \underline{\underline{2500}}$

b) $1{,}083 \rightarrow \underline{\underline{8{,}3\%}}$ $\qquad$ c) 500

d) 411682 $\qquad$ e) 200 $\qquad$ f) $0{,}88 \rightarrow 12\%$

Station 3 | Exponentielles Wachstum | Thema 3

a) Olpe hatte im Jahr 2010 25400 Einwohner. Man rechnet jährlich mit einer Zunahme von 2 %. Wie viel Einwohner hätte Olpe dann in 20 Jahren?

q = 1,02 n = 20 $W_0 =$ 25.400 $W_n = W_0 \cdot q^n = 25.400 \cdot 1,02^{20} =$

b) Lennestadt hat da leider ein größeres Problem. Hier wohnen 2010 27250 Menschen. Leider nimmt die Bevölkerung hier jährlich um 4 % ab. Wie viele Personen wohnen hier in 10 Jahren? q = 0,... n = ...

c) Im Jahre 2000 kostete ein Liter Heizöl noch 0,60 €. Der Preis steigt jährlich um ca. 2 % an. Wie hoch war der Preis 2010 (und wäre er 2050) ?

d) Die Mieten lagen in München im Jahr 2000 bei ca. 6 €/m². Innerhalb von 10 Jahren sind sie jährlich um ca. 5 % gestiegen. Die 5 Jahre darauf sind sie jährlich um 1 % gesunken. Wie teuer war die Miete im Jahr 2015?

e) Seit vielen Jahrzehnten, resistente Schädlingsarten rasant vermehrt. 1945 waren es nur 7 Arten. Jährlich steigt deren Anzahl um 15 %.

A) Berechne die Anzahl für 1950, 2000.

B) Ab 2000 hat man etwa dagegen getan und die Anzahl sinkt pro Jahr wieder um 6 %. Wie hoch ist die Anzahl im Jahr 2020? (neues q bestimmen → 0,...)

Ab hier - Hilfe: Thema 2 – „Fehlende Werte (Anfangswert bestimmen)

a) Nachdem Thorsten Geld zu 4 % für 3 Jahre angelegt hat, hat er 56.243,20 €. Wie viel Geld hat er angelegt? $W_n = W_0 \cdot q^n$ $\quad 56.243,20 = W_0 \cdot 1,04^3$ … umstellen … lösen …

b) Herr Neuer hat sich vor 10 Jahren eine Gold-Uhr gekauft, die heute ca. 25.940 € Wert ist. Der Wert der Uhr ist jährlich um 10% gestiegen. Wie teuer war sie damals in etwa?

c) Der Preis für ein VW Golf steigt jährlich um 1 % und kostet 2015 22500 €. Wie teuer war er 2013?

d) Eine Aktie hat damals 1000 € gekostet. Sie ist jährlich um 15 % gestiegen und heute 1520,88 Wert. Wie viele Jahre ist es her, dass sie gekauft wurde? *(Löse durch probieren)*

e) Berechne die fehlenden Werte

(in die Formel einsetzen und wenn nötig umstellen)

	W_0	p%	q	n	W_n
a	3600	2%		4	
b	15.000		1,04	10	
c		– 6%		5	28.538,04

Lösung

a) $25.400 \cdot 1{,}02^{20} = 37.743$ Einwohner

b) $27.250 \cdot 0{,}96^{10} = 18116$ Einwohner

c) 2010: 0,73 € 2050: 1,61 €

d) 2010: 9,77 € 2015: $9{,}77 \cdot 0{,}99^{5} = 9{,}29$ €

e) A) 1950: ≈ 14 Arten 2000: ≈ 15.257

B) $q = 0{,}94$ $15.257 \cdot 0{,}94^{20} \approx 4426$

a) $56.243{,}20 = W_0 \cdot 1{,}04^{3}$

$56.243{,}20 : 1{,}04^{3} = W_0$

$W_0 = 50.000$ €

b) $W_0 = 10.000$ €

c) $22.500 = W_0 \cdot 1{,}01^{2}$

$W_0 = 22056$ €

d) 3 Jahre : $1520{,}88 = 1000 \cdot 1{,}15^3$

e) a) $q = 1{,}02$ $\quad W_n = 3600 \cdot 1{,}02^4 = 3896{,}76$

b) $p\% = 4\%$ $\quad W_n = 15.000 \cdot 1{,}04^{10} = 22203{,}66$

c) $q = 0{,}94$ $\quad 28.538{,}04 = W_0 \cdot 0{,}94^5$

$W_0 = 38.885$

Station 4.1 — Exponentialfunktion — Thema 4

1. Aufgabe: Handelt es sich um lineares oder exponentielles Wachstum (oder nix ☺)?

1.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	5	1	-3	-7	-11

2.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,2	1	5	25	125

3.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,4	1	2,5	6,25	15,625

4.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	3	2	1	0	-1

5.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,33	1	3	9	27

6.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	25	5	1	0,2	0,04

7.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	9	7	5	3	1

2. Aufgabe: Zeichne die Graphen der Funktion. Lege dazu 2 Wertetabellen an.

f(x) = $1{,}5^x = 1{,}5^{-2}$ = 0,44

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x) = $1{,}5^x$	0,44					

x	-2	-1	0	1	2	3
g(x) = $0{,}4^x$						

Lösung

Aufgabe 1:

1) Linear: immer „-4"

2) Exponentiell $a = 5$

3) Exp. $a = 2{,}5$

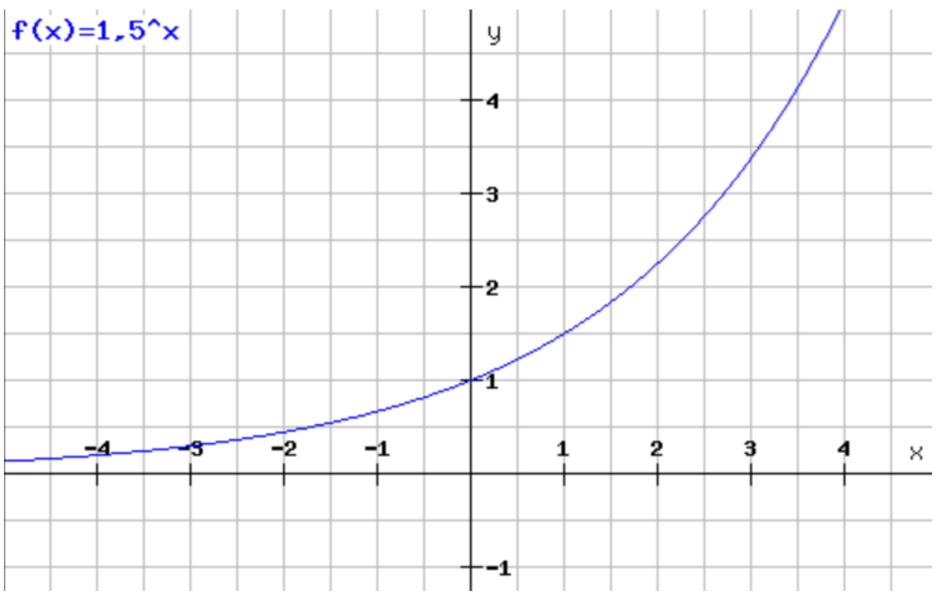
4) Linear: immer „-1"

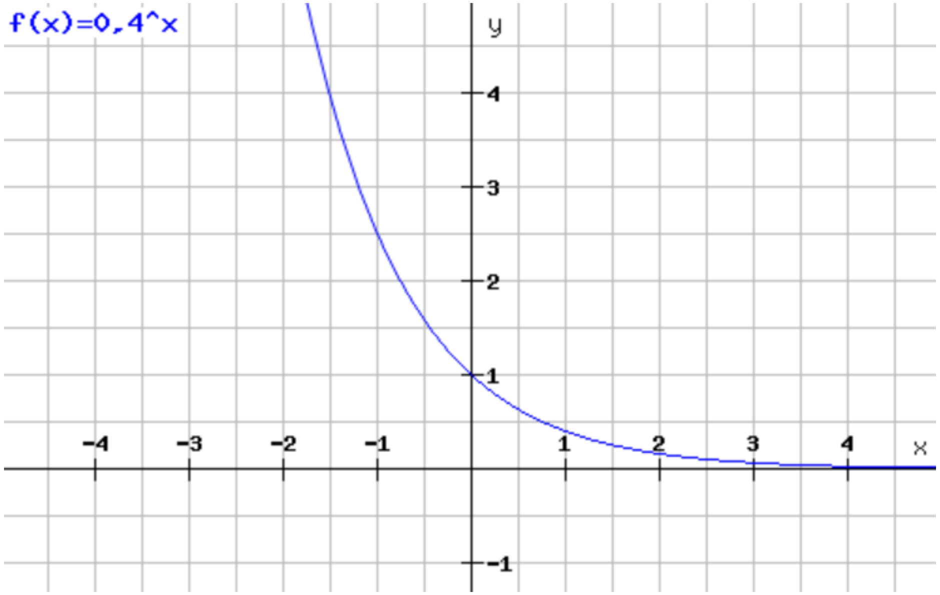
5) Exp. $a = 3$

6) Nichts: Es gilt $x=0 \rightarrow f(x)=1$
hier: $x=0 \rightarrow f(x)=5$

7) Linear: immer „-2"

2. Aufgabe:





Station 4.2 | Exponentialfunktion | Thema 4

3. Aufgabe: Bestimme jeweils die Gleichung Exponentialfunktion f(x) = a^x .

1.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,2	1	5	25	125

a = ___: ___ = ___

f(x) = a^x = ...

2.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,33	1	3	9	27

3.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	5	1	0,2	0,04	0,008

4.)

x	-3	-2	-1	0	1
f(x)	1000	100	10	1	0,1

5.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,4	1	2,5	6,25	15,625

6.)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	0,015625	0,125	1	8	64

Aufgabe 3:

1) $1 : 0{,}2 = 5 \rightarrow f(x) = 5^x$ 2) $f(x) = 3^x$ 3) $f(x) = 0{,}2^x$

4) $f(x) = 0{,}1^x$ 5) $f(x) = 2{,}5^x$ 6) $f(x) = 8^x$

Station 1	Funktionen & Gleichungen	Tipp

Aufgabe 1: Du musst eine Zahl (bei f(x)) so verändern, sodass die Tabelle eine exponentielle Funktion darstellt.

1.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,5	1	2	7	8

2.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,25	1	5	16	64

3.)

x	-1	0	1	2
f(x)	8	2	0,125	0,015625

4.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,125	1	8	62	512

Aufgabe 2: Handelt es sich um lineares oder exponentielles Wachstum? Stelle die Funktionsgleichung für alle Tabellen auf (siehe Tipp).

1.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	5	1	-3	-7	-11

2.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,2	1	5	25	125

3.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,4	1	2,5	6,25	15,625

4.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	0,33	1	3	9	27

5.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	25	5	1	0,2	0,04

6.)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	9	7	5	3	1

Lösung

Aufgabe 1:

1)

x	2
f(x)	4

2)

x	1
f(x)	4

3)

x	0
f(x)	1

4)

x	2
f(x)	64

Aufgabe 2:

1) linear (… −4 …)

$f(x) = mx + c$

$5 = m \cdot (-1) + 1$

$4 = -m$

$m = -4$

$f(x) = -4x + 1$

2) Expon. $\rightarrow f(x) = 5^x$

3) Expon. $\rightarrow f(x) = 2{,}5^x$

4) Expon. $\rightarrow f(x) = 3^x$

5) Expon. $\rightarrow f(x) = 0{,}2^x$

6) Linear $\rightarrow 5 = m \cdot 1 + 7$

…

$m = -2$

$f(x) = -2x + 7$

Tipp

Möchtest du eine Gleichung einer linearen Funktion aufstellen gilt: f(x) = mx + b

Was bedeuten die einzelnen Teile? „b" ist der y-Achsenabschnitt. Hier setzt du den f(x)-Wert ein, der bei x = 0 steht. Und dann nimmst du noch einen der anderen Punkte und setzt diesen für f(x) und x ein…dann umstellen…„m" bestimmen und Gleichung aufstellen.

f(x) = mx + b

-3 = m·1 + 1

-3-1 = 1m

m = -4   f(x) = -4x + 1

x	-1	0	1	2	3
f(x)	5	1	-3	-7	-11

Station 2 | Textaufgaben 1 | ☺

Aufgabe 1:

2000	2001	2002	2003	2004
48.000	49.000	40.500	50.400	59.700

Herr Scheuer hat in den Jahren nach 2000 jährlich seinen Job gewechselt und unterschiedlich viel verdient.

a) Bestimme das absolute Wachstum und das relative Wachstum d, von 2000 – 2004.
b) Das absolute Wachstum zwischen 2000 und 2005 betrug –1500 €. Wie hoch war sein Einkommen im Jahr 2005?
c) Die Wachstumsrate zwischen 2000 und 2006 betrug 4 %. Wie hoch war sein Einkommen in diesem Jahr?

Aufgabe 2: Ein Kapital von 1000 € wird mit 8% Zinsen angelegt.

a) Wie hoch ist das Kapital nach 5 Jahren?
b) In welcher Zeit verdoppelt sich das Kapital ungefähr?
c) Bank B bietet ein weiteres Angebot an für 10 Jahre. Entweder 16% in den ersten 5 Jahren und danach 4 %. Oder zuerst 4 % und für die letzten 5 Jahre 16 %. Welches der beiden Angebote würde sich eher lohnen? Stelle eine Vermutung auf. Überprüfe danach deine Vermutung rechnerisch.

Aufgabe 3:

Die Bevölkerung eines Landes wächst pro Jahr um 1,5%. Derzeit beträgt sie 12 Millionen.
a) Wie groß wird die Bevölkerung in 10 Jahren sein?
b) Wann wird das Land 15 Millionen Einwohner haben?

Lösung

Aufgabe 1:

a) $59.700 - 48.000 = 11.700$ € $d = \frac{11.700 \text{ €}}{4} = 2925$

b) $48.000 - 1500 = 46.500$ €

c) $48.000 \cdot 1{,}04 = 49.920$

Aufgabe 2:

a) $W_5 = 1000 \cdot 1{,}08^5 = 1469{,}33$ €

b) Probieren (n = 9): $W_9 = 1000 \cdot 1{,}08^9 \approx 1999$ €

c) $1000 \cdot 1{,}16^5 = 2100{,}34 \cdot 1{,}04^5 \approx 2555$

$1000 \cdot 1{,}04^5 = 1216{,}65 \cdot 1{,}16^5 \approx 2555$

$\Rightarrow$ Also gleich ☺

Aufgabe 3:

a) $W_{10} = 12 \cdot 1{,}015^{10} = 13{,}93$ Mio.

b) Probieren: $W_{15} = 12 \cdot 1{,}015^{15} \approx 15$ Mio

Station 3	Textaufgaben 2	☺

Aufgabe 1: Vor 10 Jahren betrug der Holzbestand eines Waldes 7000 m^3. Ohne Schlägerung (Bäume fällen) ist er inzwischen auf 9880 m^3 angewachsen. Man darf annehmen, dass das Holzwachstum ein exponentieller Vorgang ist.

a) Zeige, dass die jährliche Wachstumsrate 3% beträgt (oder auch nicht).
b) Kannst du die Wachstumsrate aus a) genauer (in etwa) bestimmen?
c) Man hat vor 3000 m^3 Holz zu schlägern (Bäume zu fällen). Wann wird dieser Wald den heutigen Holzbestand wieder erreichen, wenn die jährliche Wachstumsrate weiterhin ca. 3% beträgt?

Aufgabe 2: In Afrika gab es im Jahr 1980 noch 15.000 Nashörner.

a) Durch Wilderer sterben jährlich ca. 20 % der Nashörner. Wie viele Nashörner gibt es nach 10 Jahren noch?
b) Durch eine Hilfsorganisation konnte der Bestand im Jahre 2000 wieder auf 10.000 Nashörner anwachsen. Seitdem wächst die Population wieder um 3 % jährlich an. Wie groß ist die Population im Jahr 2010 und 2020?

Aufgabe 3:

Herr Sturm hat sich ein neues Auto gekauft, das 35.000 € kostet.

a) Das Auto verliert jährlich 10 % an Wert. Wie viel ist es nach 10 Jahren noch wert?
b) Er möchte es verkaufen bevor es unter 20.000 € Wert ist. Wann muss er es verkaufen?

Lösung

Aufgabe 1: a) q müsste dann 1,03 sein

$W_{10} = 7000 \cdot 1{,}03^{10} = 9407{,}41$ Stimmt nicht

b) $p\% = 3{,}5\%$ $W_{10} = 7000 \cdot 1{,}035^{10} \approx 9874$

c) $9880 - 3000 = 6880$

$9880 = 6880 \cdot 1{,}03^{x}$

$6880 \cdot 1{,}03^{12} \approx 9809$ (12 - 13 Jahre)

Aufgabe 2: a) $W_{10} = 15.000 \cdot 0{,}80^{10} \approx 1610$

b) $W_{10} = 10.000 \cdot 1{,}03^{10} \approx 13.439$

$W_{20} = 10.000 \cdot 1{,}03^{20} \approx 18.061$

Aufgabe 3: a) $W_{10} = 35.000 \cdot 0{,}90^{10} = 12.203$ €

b) Nach 5 J. = 20.667 €

Station 4 | Textaufgaben 3 | ☺

Aufgabe 1:

Seit vielen Jahrzehnten, nachdem nach 1945 DDT gegen Insekten eingesetzt wurde, haben sich resistente Schädlingsarten rasant vermehrt.

1945 waren es nur 7 Arten. Jährlich steigt deren Anzahl um 15 %.

a) Berechne die Anzahl für 1950, 2000.

b) Ab 2000 hat man etwas dagegen getan und die Anzahl sinkt pro Jahr wieder um 6 %. Wie hoch ist die Anzahl im Jahr 2020?

Aufgabe 2:

Nachdem Thorsten Geld zu 4 % für 3 Jahre angelegt hat, hat er 56.243,20 €. Wie viel Geld hat er angelegt? (Formel notieren…einsetzen…umstellen)

Aufgabe 3:

Der Preis für ein VW Golf steigt jährlich um 2 % und kostet 2020 22500 €. Wie teuer war er 2018 (2010)?

Aufgabe 4:

Eine Aktie hat damals 1000 € gekostet. Sie ist jährlich um 10 % gestiegen und heute 1610,51 € Wert. Wie viele Jahre ist es her, dass sie gekauft wurde?

Lösung

Aufgabe 1: a) $W_5 = 7 \cdot 1{,}15^5 = 14$

$W_{55} = 7 \cdot 1{,}15^{55} = 15.257$

b) $W_{20} = 15.257 \cdot 0{,}94^{20} = 4426$

Aufgabe 2: $56.243{,}20 = W_0 \cdot 1{,}04^3$

$56.243{,}20 : 1{,}04^3 = W_0$

$W_0 = 50.000$

Aufgabe 3: 2018 (2 Jahre): $22500 = W_0 \cdot 1{,}02^2$

$W_0 = 21\,626{,}29$ €

2010 (10 Jahre): $22500 = W_0 \cdot 1{,}02^{10}$

$W_0 = 18.457{,}84$ €

Aufgabe 4: $1610{,}51 = 1000 \cdot 1{,}10^x$

Probieren: $x = 5$