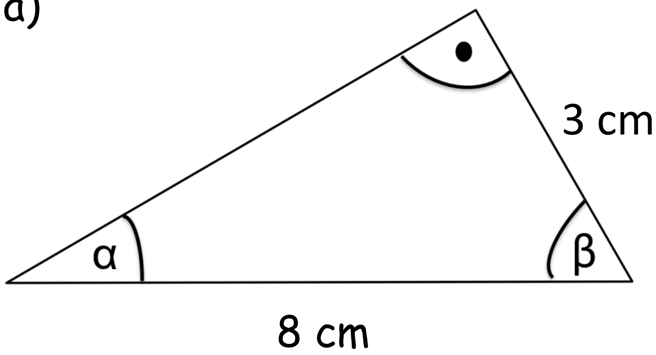
Aufgabe 1: Bestimme die fehlenden Winkel und Seiten (mit Satz des Pyth. möglich)

a)



Zu α: Hypotenuse: 8 cm
Ankathete: /
Gegenkathete: 3 cm

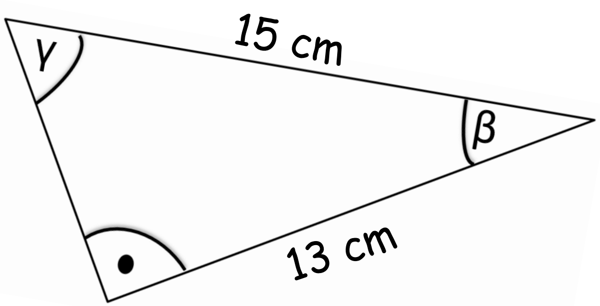
Hier kannst du sin, cos oder tan anwenden.

Rechnung: $\sin\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} = \frac{...}{...} = ...$

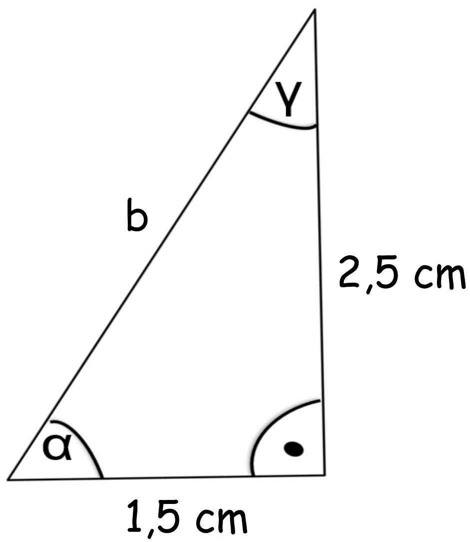
$$sin^{-1} \; ... = ...°$$

Zu β: ...

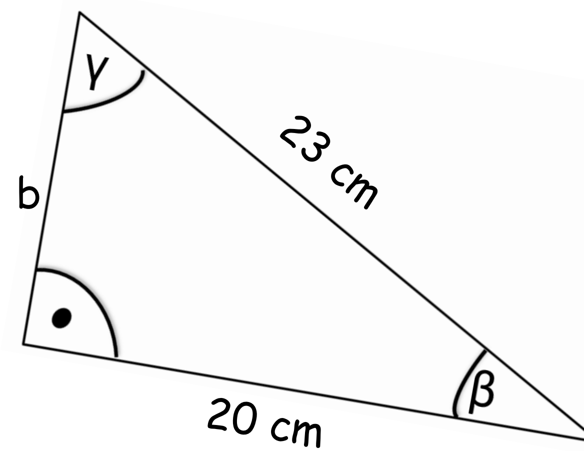
b)



c)

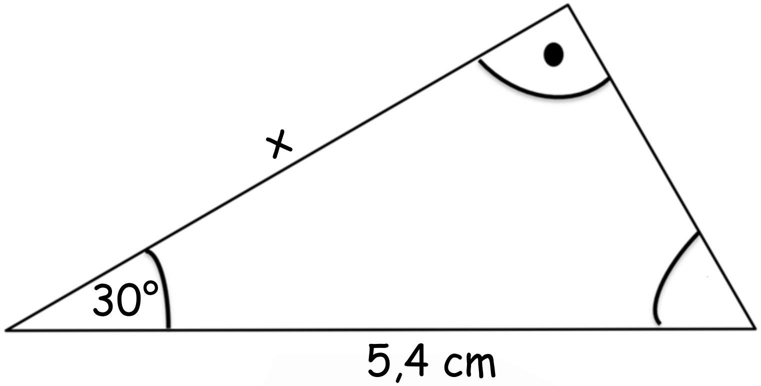


d)

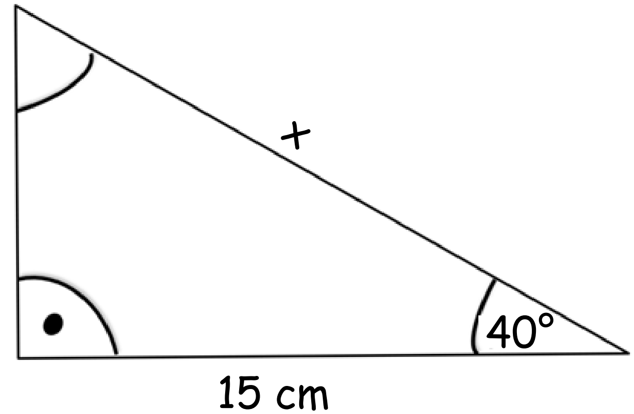


Aufgabe 2: Bestimme die unbekannten Seiten (durch umstellen). (1 Stelle nach dem Komma)

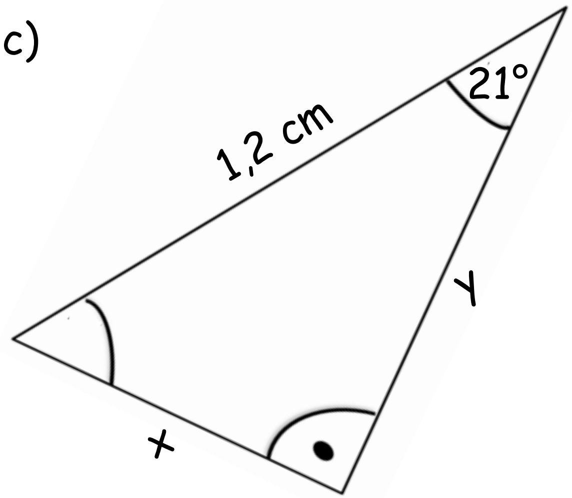
a)



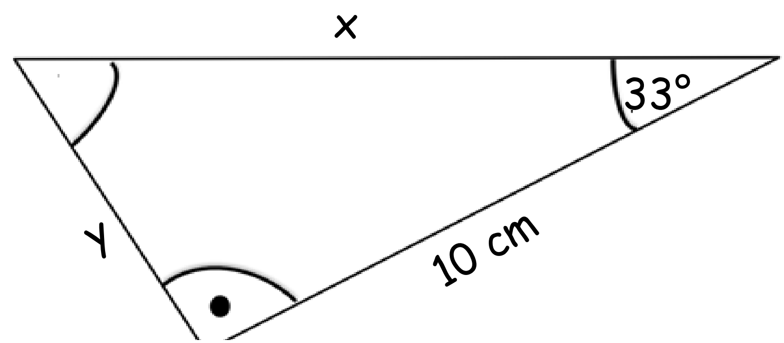
b)



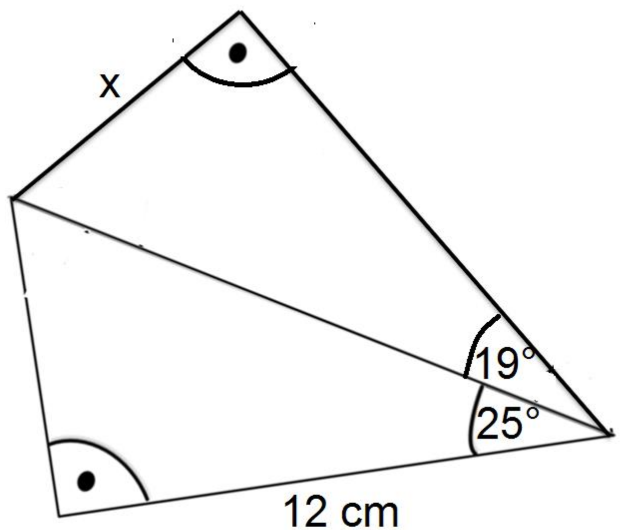
c)



d)



e)



Mache ein Skizze der Figur in dein Heft und berechne so viele Seiten wie möglich, bis du x heraus hast.

Lösung

Aufgabe 1:

a) $\sin\alpha = \frac{3}{8} = 0{,}375$ $\qquad \sin^{-1} 0{,}375 \approx 22^\circ$

$\cos\beta = \frac{3}{8} = 0{,}375$ $\qquad \cos^{-1} 0{,}375 \approx 67^\circ/68^\circ$

b) $\cos\beta = \frac{13}{15} = 0{,}8\overline{6}$ $\qquad \cos^{-1} 0{,}8\overline{6} \approx 29^\circ/30^\circ$

$\sin\gamma = \frac{13}{15} = 0{,}8\overline{6}$ $\qquad \sin^{-1} 0{,}86 \approx 60^\circ$

c) $\tan\alpha = \frac{2{,}5}{1{,}5} = 1{,}\overline{6}$ $\qquad \tan^{-1} 1{,}\overline{6} \approx 59^\circ$

$\tan\gamma = \frac{1{,}5}{2{,}5} = 0{,}6$ $\qquad \tan^{-1} 0{,}6 \approx 30{,}9^\circ/31^\circ$

$1{,}5^2 + 2{,}5^2 = b^2$ $\qquad b^2 = 8{,}5 \xrightarrow{\text{Wurzel}} b \approx 2{,}9\,\text{cm}$

d) $\cos\beta = \frac{20}{23} = 0{,}8695$ $\qquad \cos^{-1} 0{,}8695 \approx 29{,}6^\circ$

$\sin\gamma = \frac{20}{23} = 0{,}8695$ $\qquad \sin^{-1} 0{,}8695 \approx 60{,}4^\circ$

$b^2 + 20^2 = 23^2$ (... umstellen ...) $\qquad b \approx 11{,}4\,\text{cm}$

Aufgabe 2:

a)

$$\cos 30° = \frac{x}{5{,}4}$$

$$\cos 30° \cdot 5{,}4 = x$$

$$x \approx 4{,}7\,\text{cm}$$

b)

$$\cos 40° = \frac{15}{x}$$

$$\cos 40° \cdot x = 15$$

$$0{,}766\,x = 15 \quad |:0{,}766$$

$$x \approx 19{,}58\,\text{cm}$$

c)

$$x = 0{,}43\,\text{cm}$$

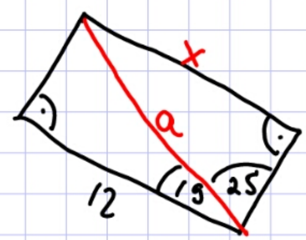
$$y = 1{,}12\,\text{cm}$$

d)

$$x \approx 11{,}92\,\text{cm}$$

$$y \approx 6{,}49\,\text{cm}$$

e)



$$\cos 19° = \frac{12}{a}$$

$$(\ldots)\quad a \approx 12{,}7\,\text{cm}$$

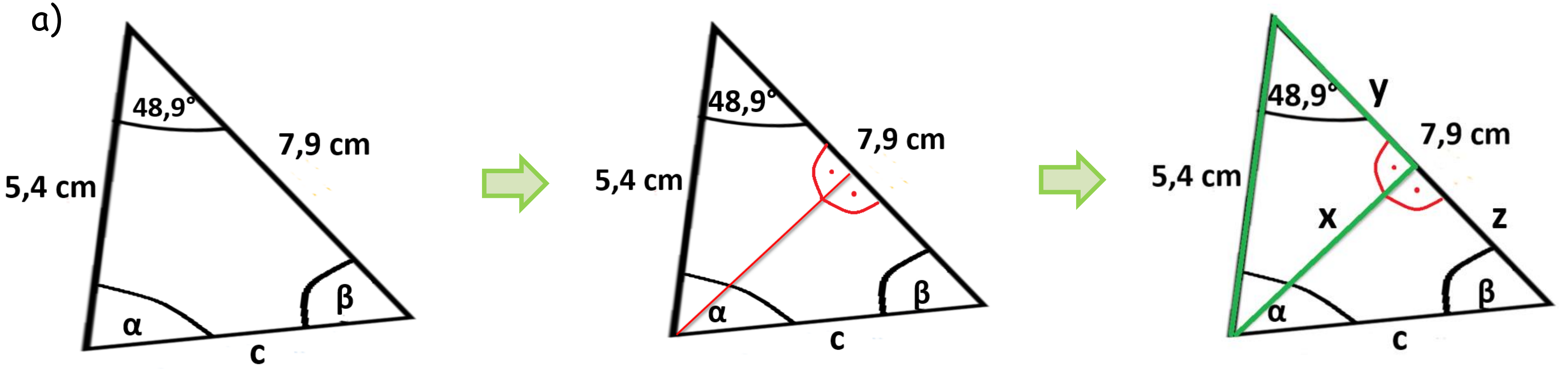
$$\sin 25° = \frac{x}{12{,}7}$$

$$x \approx 5{,}4\,\text{cm}$$

Allgemeine Dreiecke

Bestimme fehlende Seiten und Winkel. Mache eine Skizze in dein Heft.

a)



<u>Beginne mit x oder y:</u>

<u>Zu x:</u> Hypotenuse: 5,4 cm
Ankathete: unbekannt
Gegenkathete: x

Rechnung: $\sin \alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

$\sin 48{,}9 = \frac{x}{5{,}4}$

x = …

<u>Zu y:</u> Wie bei x.

<u>Zu z:</u> z = 7,9 – y

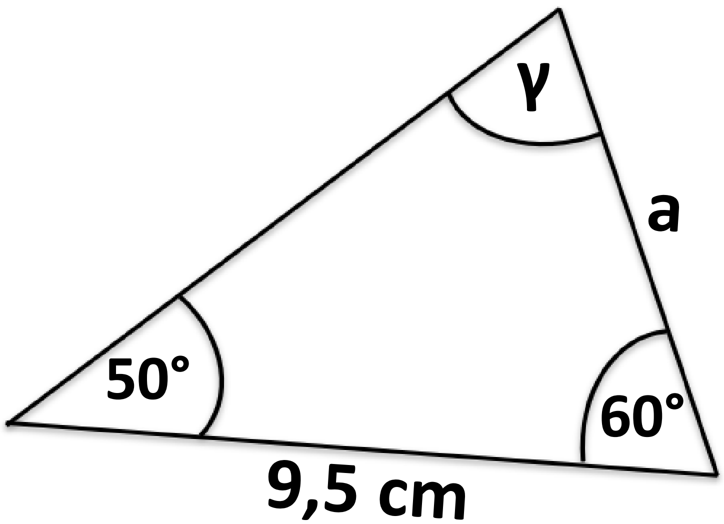
<u>Zu c:</u> Satz des Pythagoras anwenden

<u>Zu β:</u> 2 Seiten verwenden, dann in sin, cos oder tan einsetzen. Dann sin^{-1} anwenden.

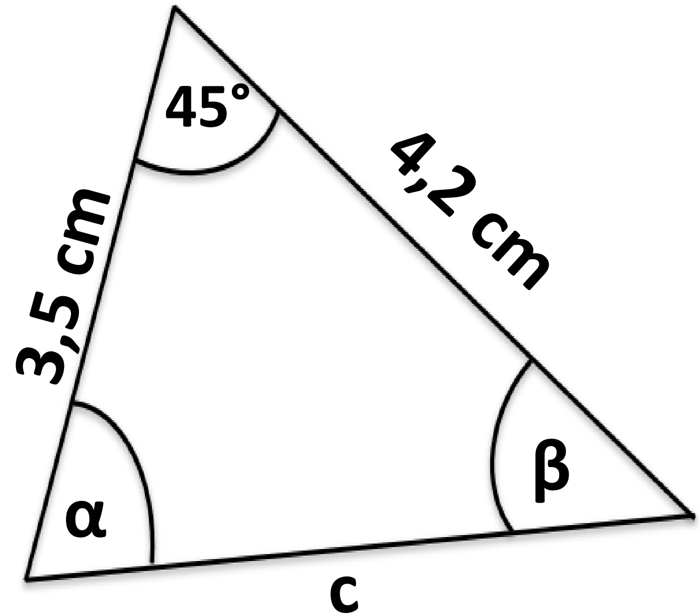
<u>Zu α:</u> Winkelsumme anwenden.

(Runde bei den unbekannten Seiten auf 1 Stelle nach dem Komma)

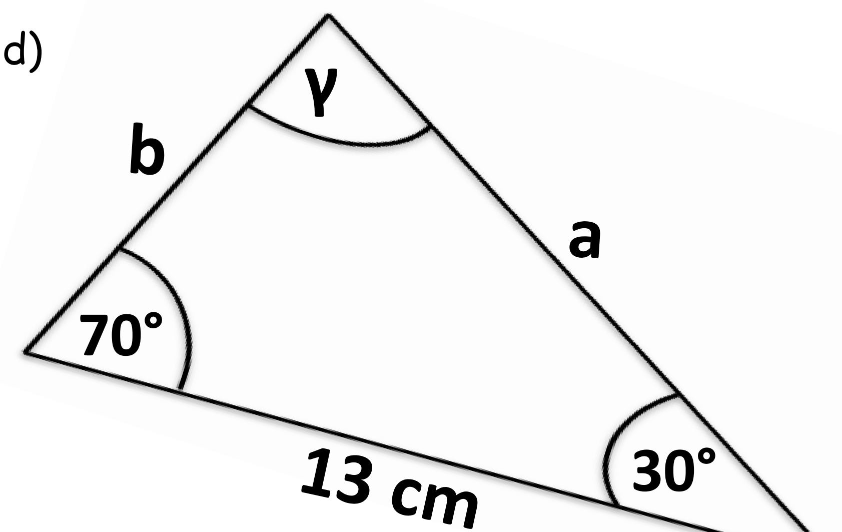
b)



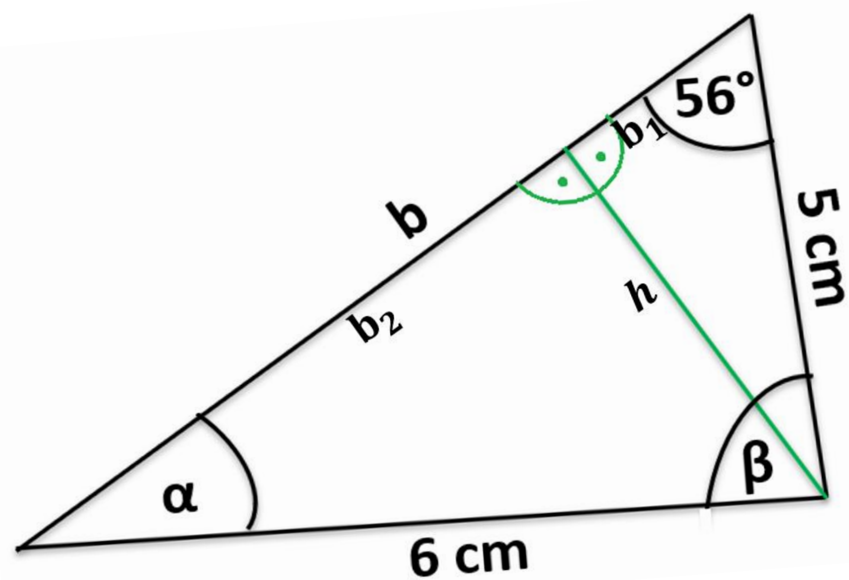
c)



d)



e)



Lösung

b)

$\gamma = 180° - 50° - 60° = \underline{\underline{70°}}$

$\underline{\underline{x:}}$ $\sin 50° = \frac{x}{9{,}5}$

$\sin 50° \cdot 9{,}5 = x$

$\underline{\underline{x = 7{,}3}}$

$\underline{\underline{a:}}$ $\sin 70° = \frac{7{,}3}{a}$

$\sin 70° \cdot a = 7{,}3$

$0{,}9397\, a = 7{,}3 \;|:0{,}9397$

$\underline{\underline{a \approx 7{,}8\,cm}}$

c)

$\underline{\underline{x:}}$ $\sin 45° = \frac{x}{3{,}5}$

$\underline{\underline{x \approx 2{,}5\,cm}}$

$\underline{\underline{y:}}$ $\cos 45° = \frac{y}{3{,}5}$

$y \approx \underline{\underline{2{,}5\,cm}}$

$\underline{\underline{z:}}$ $z = 4{,}2 - 2{,}5 = \underline{\underline{1{,}7\,cm}}$

$\underline{\underline{c:}}$ $2{,}5^2 + 1{,}7^2 = c^2$

$c^2 = 9{,}14$ $\quad \underline{\underline{c \approx 3\,cm}}$

$\underline{\underline{\beta:}}$ $\tan \beta = \frac{2{,}5}{1{,}7} = 1{,}47$

$\tan^{-1} 1{,}47 \approx 55{,}8°$

$\underline{\underline{\alpha:}}$ $\alpha = 180° - 55{,}8° - 45°$

$= \underline{\underline{79{,}2°}}$

d)

$\underline{\underline{\gamma:}}$ $180° - 30° - 70° = \underline{\underline{80°}}$

$\underline{x:}$ $\sin 70° = \frac{x}{13}$

$x \approx \underline{\underline{12{,}2\,cm}}$

$\underline{a:}$ $\sin 80° = \frac{12{,}2}{a}$

$a \approx \underline{\underline{12{,}4\,cm}}$

$\underline{b_1:}$ $\cos 70° = \frac{b_1}{13}$

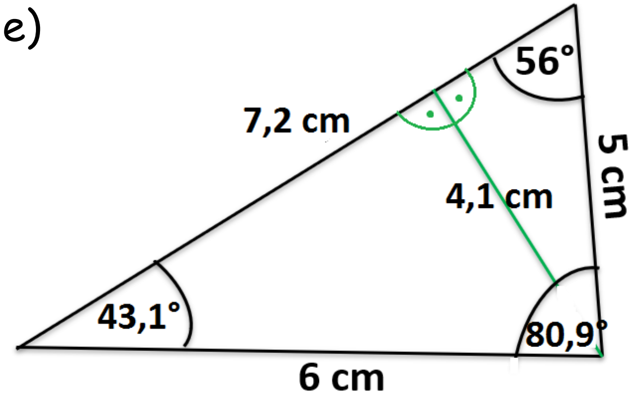
$b_1 \approx 4{,}4\,cm$

$\underline{b_2:}$ $\cos 80° = \frac{b_2}{12{,}4}$

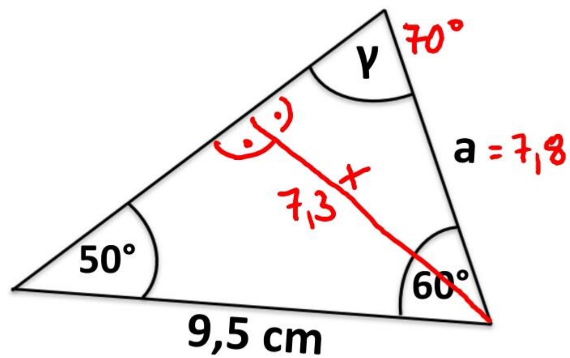
$b_2 \approx 2{,}2\,cm$

$b = 4{,}4 + 2{,}2 = \underline{\underline{6{,}6\,cm}}$

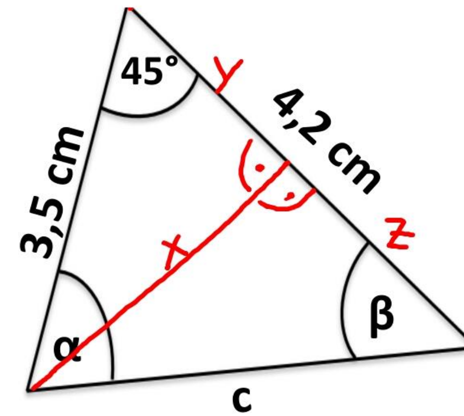
e)


56°
7,2 cm
5 cm
4,1 cm
43,1°
80,9°
6 cm

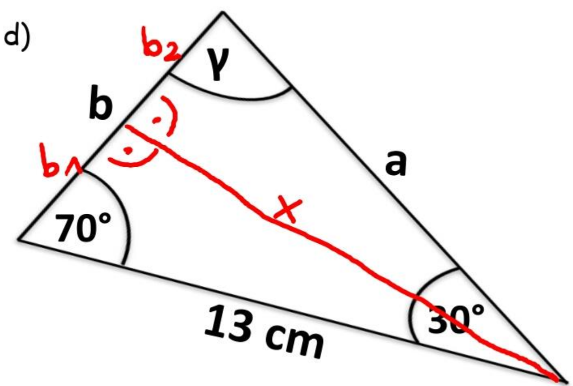
b)


γ
70°
a = 7,8
7,3
x
50°
60°
9,5 cm

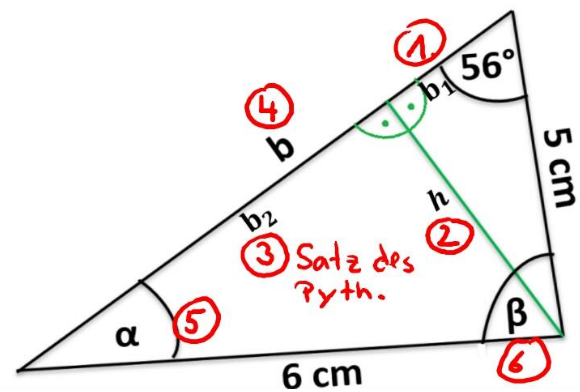
c)


45°
y
4,2 cm
3,5 cm
z
x
α
β
c

d)


b2
γ
b
b1
a
x
70°
30°
13 cm

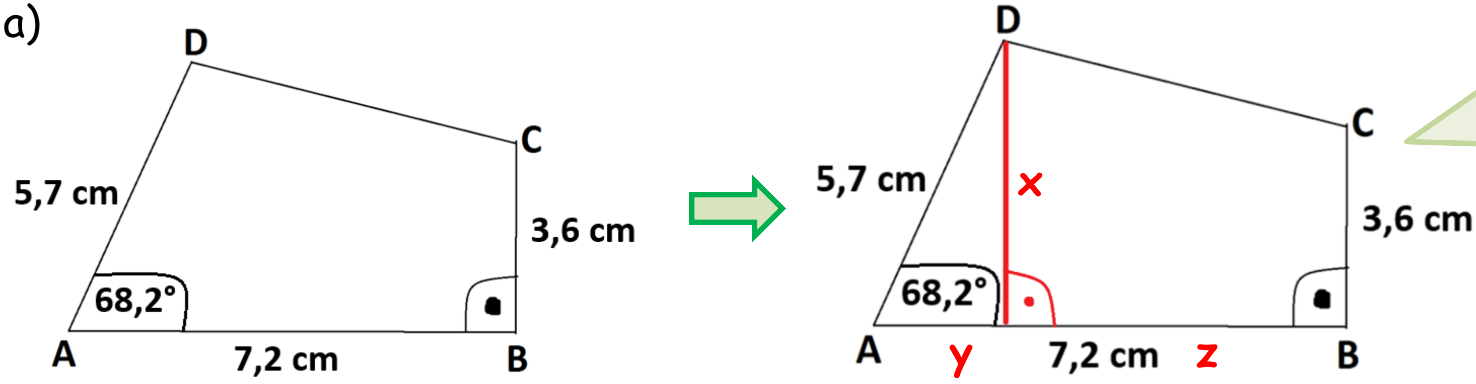
e)


1
56°
b1
4
b
5 cm
h
b2
2
3 Satz des Pyth.
α
5
β
6 cm
6

Station 3 | Allgemeine Vierecke | Thema 3

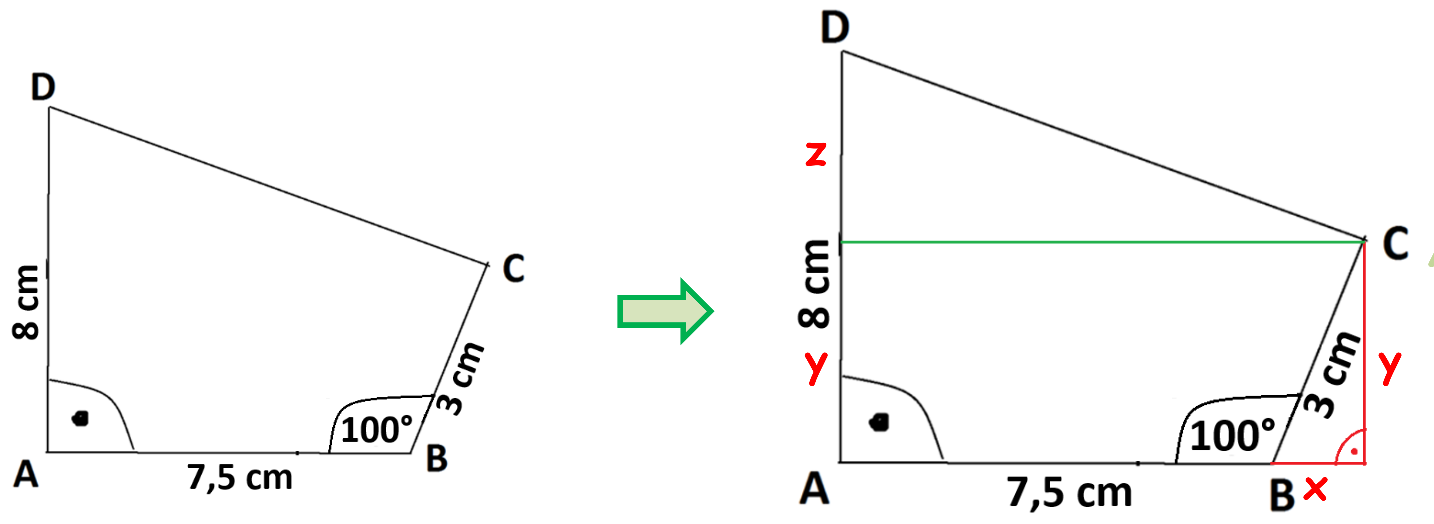
Bestimme den Flächeninhalt der Vierecke.

a)



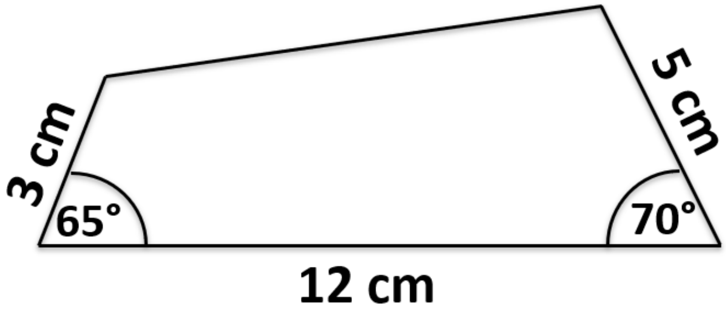
Nun haben wir das Viereck in ein Dreieck und ein Trapez unterteilt. Jetzt kann man fehlende Seiten bestimmen und die Fläche berechnen.

b)

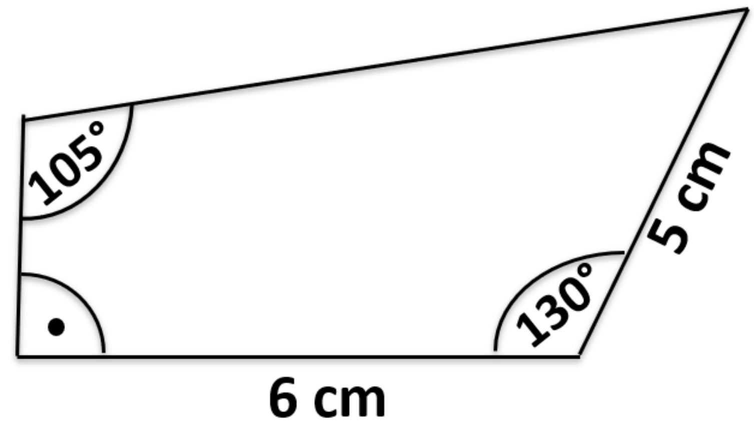


Bestimme nun fehlende Winkel (Nebenwinkel, Winkelsumme) und berechne fehlende Seiten.

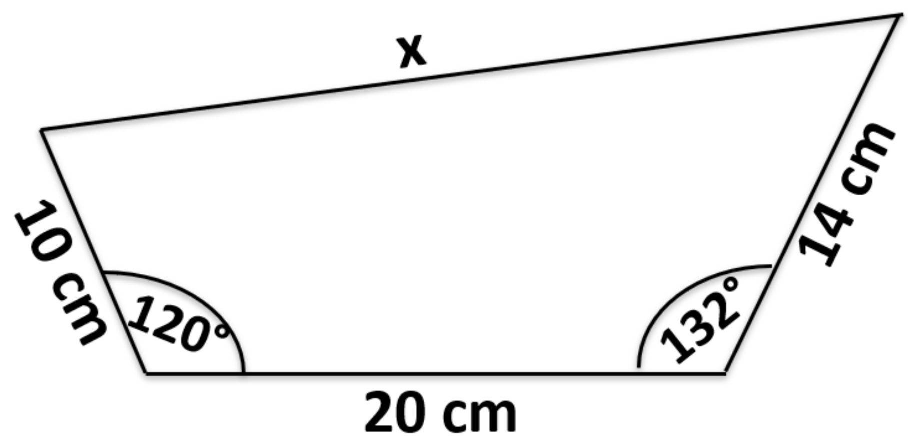
c)

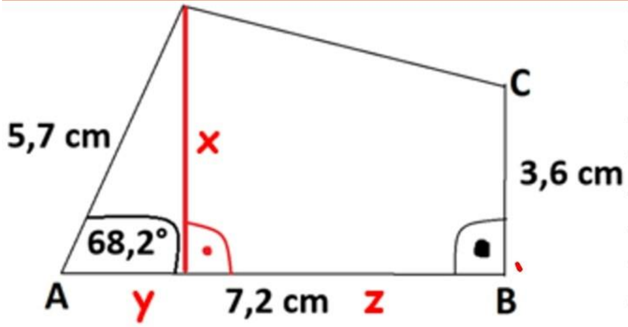


d) Tipp: Winkelsumme im Viereck



e) Wie lang ist x?





68,2°

x Gegenk. $\Rightarrow$ $\sin 68{,}2 = \frac{x}{5{,}7}$

5,7 Hypot.

$\sin 68{,}2 \cdot 5{,}7 = x$

$x \approx \underline{\underline{5{,}3\text{ cm}}}$

68,2°

y Ank. $\Rightarrow$ $\cos 68{,}2 = \frac{y}{5{,}7}$

5,7 Hyp.

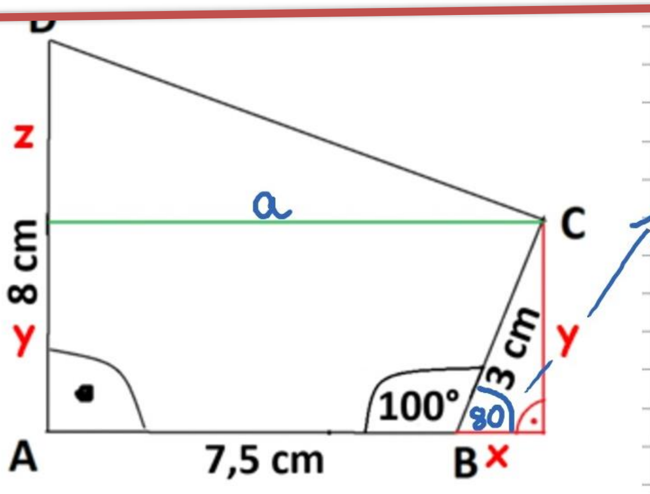
$y \approx \underline{\underline{2{,}1\text{cm}}}$

$z = 7{,}2 - 2{,}1 = \underline{\underline{5{,}1\text{cm}}}$

$A\,(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} \cdot 2{,}1 \cdot 5{,}3 = 5{,}6\text{cm}^2$

$A\,(\text{Trapez}) = \frac{3{,}6 + 5{,}3}{2} \cdot 5{,}1 = 22{,}7\text{cm}^2$

$+ \Rightarrow \underline{\underline{28{,}3}}$



Nebenwinkel: $180° - 100° = 80°$

80°

y Gegenk. $\Rightarrow$ $\sin 80° = \frac{y}{3}$

3 Hyp.

$y \approx \underline{\underline{2{,}9/3\text{cm}}}$

80°

x Ank. $\Rightarrow$ $\cos 80° = \frac{x}{3}$

3 Hyp.

$x \approx \underline{\underline{0{,}5\text{cm}}}$

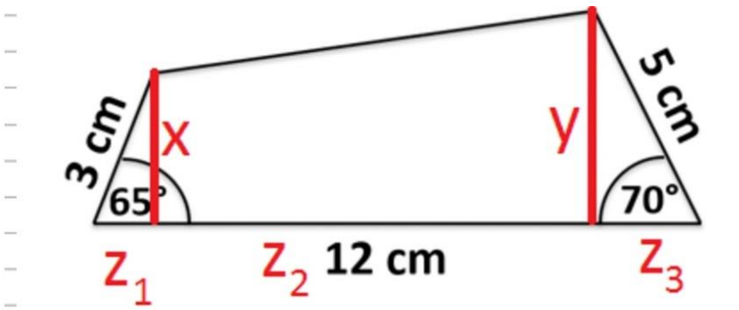
$z = 8 - 2{,}9 = \underline{\underline{5{,}1\text{cm}}}$

$a = 7{,}5 + 0{,}5 = \underline{\underline{8\text{ cm}}}$

$A\,(\text{Rechteck}) = 8 \cdot 2{,}9\text{cm} = 23{,}2\text{cm}^2$

$A\,(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5{,}1 = 20{,}4\text{cm}^2$

$43{,}6 - \underbrace{0{,}7}_{\text{kleines Dreieck}} = \underline{\underline{42{,}9\text{ cm}^2}}$



65°

x Gegenk. $\Rightarrow \sin 65 = \frac{x}{3}$

3 cm Hypot. $x \approx \underline{\underline{2{,}7\,cm}}$

65°

z_1 Ank. $\Rightarrow \cos 65° = \frac{z_1}{3}$

3 cm Hypot. $z_1 \approx \underline{\underline{1{,}3\,cm}}$

$y \approx \underline{\underline{4{,}7\,cm}}$ $z_3 \approx \underline{\underline{1{,}7\,cm}}$

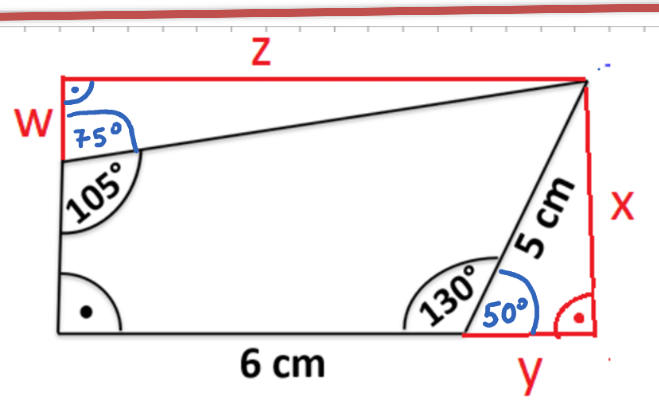
$z_2 = 12 - 1{,}7 - 1{,}3 = \underline{\underline{9\,cm}}$

$A\,(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 2{,}7 = 1{,}8\,cm^2$

$A\,(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}7 \cdot 4{,}7 = 3{,}9/4\,cm^2$

$A\,(\text{Trapez}) = \frac{2{,}7 + 4{,}7}{2} \cdot 9 = 33{,}3\,cm^2$

$+ \underline{\underline{39\,cm^2}}$



50°

x Gegenk $\Rightarrow \sin 50° = \frac{x}{5}$

5 Hypot. $x \approx \underline{\underline{3{,}8\,cm}}$

50°

y Ank. $\Rightarrow \cos 50° = \frac{y}{5}$

5 Hypot. $y \approx \underline{\underline{3{,}2\,cm}}$

$z = 6 + y = 6 + 3{,}2 = \underline{\underline{9{,}2\,cm}}$

75°

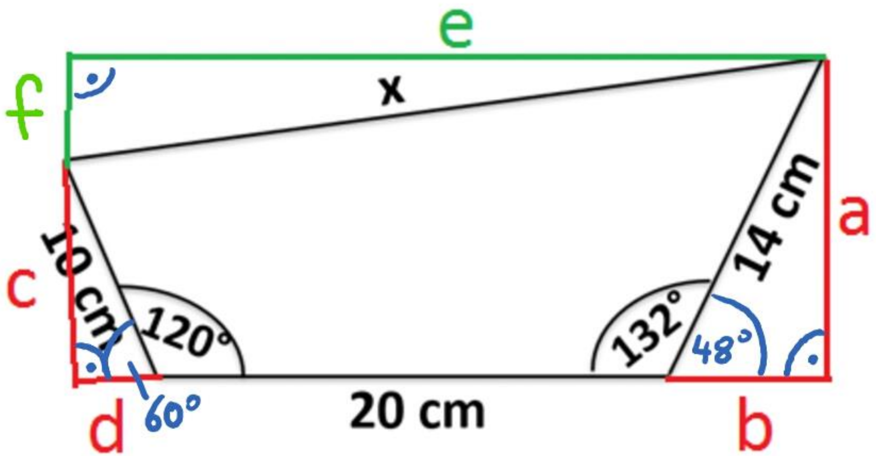
w Ank. $\Rightarrow \tan 75 = \frac{9{,}2}{w}$

9,2 Gegenk $w \approx \underline{\underline{2{,}5\,cm}}$

$A\,(\text{Rechteck}) = 3{,}8 \cdot 9{,}2 = 34{,}96\,cm^2$

$A_\Delta = 6{,}1\,cm^2$ $A_\Delta = 11{,}5\,cm^2$

$A = 34{,}96 - 6{,}1 - 11{,}5 = \underline{\underline{17{,}4\,cm^2}}$



$48°$

a Gegenk. $\Rightarrow \sin 48 = \frac{a}{14}$

14 Hyp.

$a \approx \underline{\underline{10,4\,cm}}$

$48°$

b Ank. $\Rightarrow \cos 48 = \frac{b}{14}$

14 Hyp.

$b \approx \underline{\underline{9,4\,cm}}$

$c \approx \underline{\underline{8,7\,cm}}$ $\quad d \approx \underline{\underline{5\,cm}}$

$e = 20 + d + b = 20 + 5 + 9,4 = \underline{\underline{34,4\,cm}}$

$f = a - c = 10,4 - 8,7 = \underline{\underline{1,7\,cm}}$

Satz des P.: $34,4^2 + 1,7^2 = x^2$

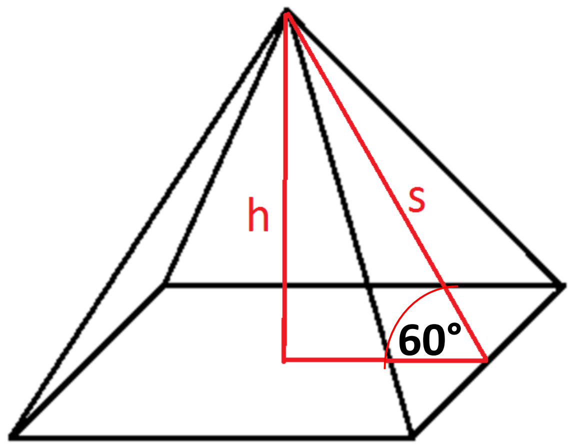
$x^2 = 1186,25$

$x \approx \underline{\underline{34,4\,cm}}$

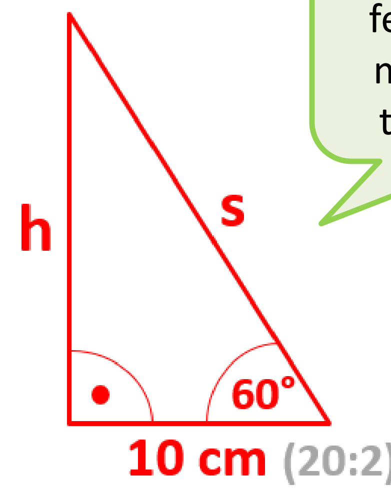
Station 4 | Trigonometrie im Raum | Thema 4

Bestimme fehlende Seiten und Winkel.

a)

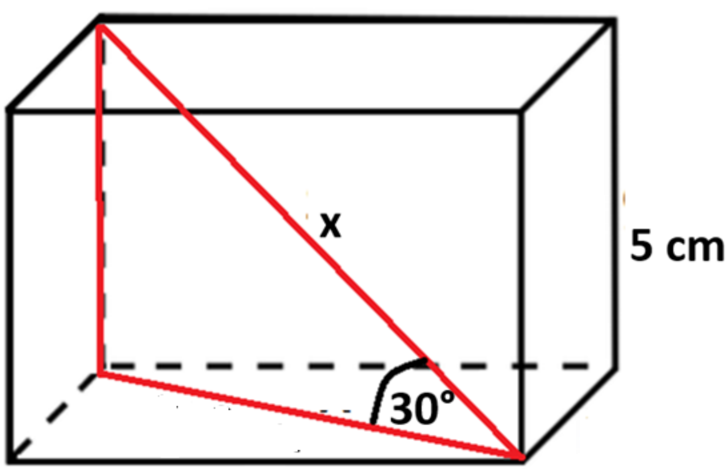


Skizze:

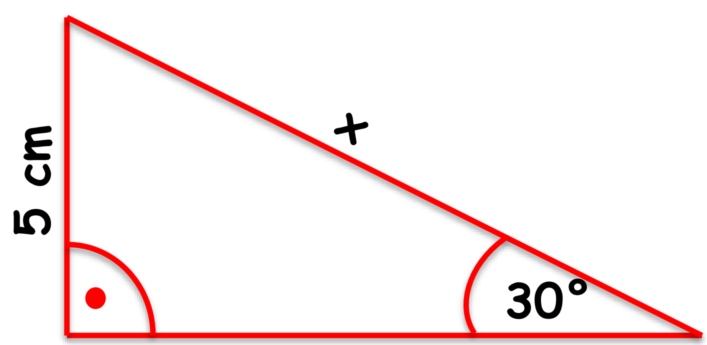


Nun kannst du fehlenden Seiten mit sin, cos oder tan bestimmen.

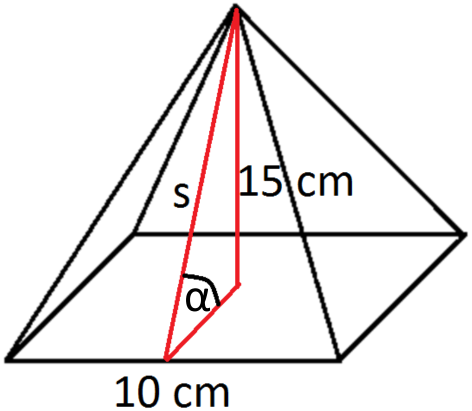
b)



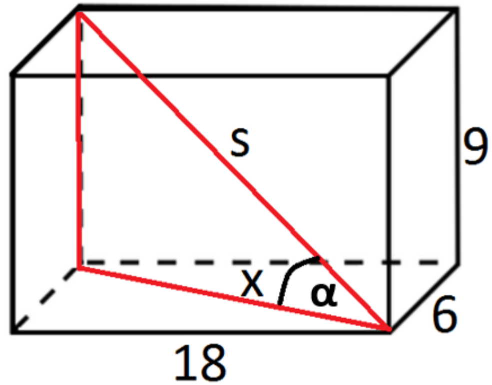
Skizze:



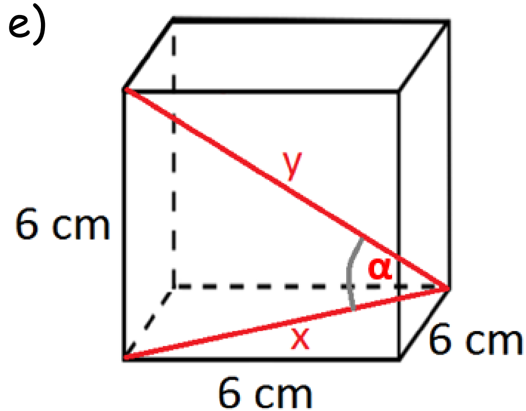
c)



d)

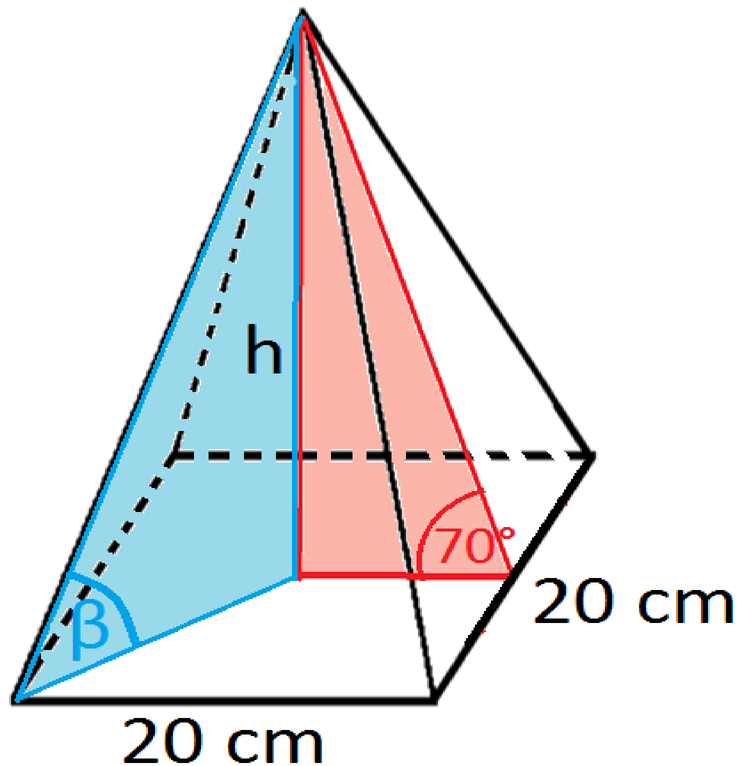


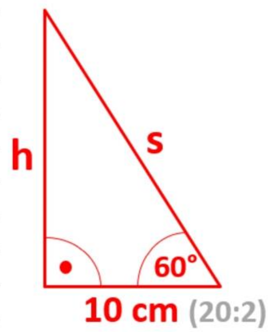
e)



f)

1.) Bestimme h und β.
2.) Bestimme das Volumen der Pyramide.





60°
s Hyp
10 AnK.

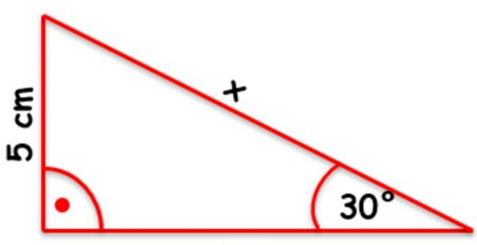
$\cos 60 = \frac{10}{s}$

$s \approx \underline{\underline{20 cm}}$

60°
h GegenK.
10 AnK.

$\tan 60 = \frac{h}{10}$

$h \approx \underline{\underline{17{,}3 cm}}$



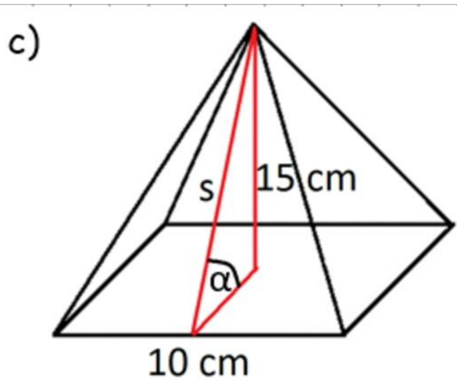
30°
x Hypot.
5 GegenK.

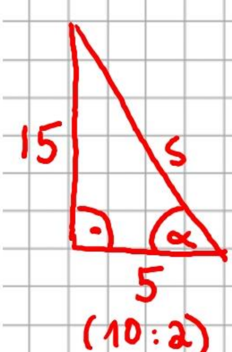
$\Rightarrow \sin 30 = \frac{5}{x}$

$0{,}5 \cdot x = 5 \quad |:0{,}5$

$x = \underline{\underline{10 cm}}$

c)





$15^2 + 5^2 = s^2$

$s^2 = 250 \quad s = \underline{\underline{15{,}8 cm}}$

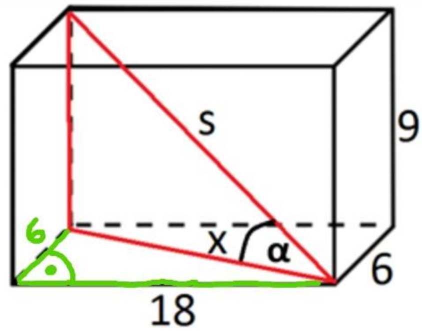
15 GegenK.
5 AnK.
α

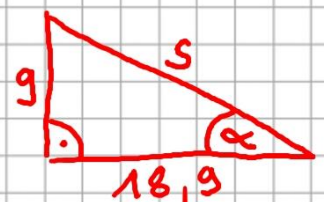
$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{15}{5}$

$\tan\alpha = 3$

$\tan^{-1} 3 \approx \underline{\underline{71{,}6°}}$

d)





$18^2 + 6^2 = x^2$

$x^2 = 360 \qquad x = \underline{\underline{18{,}9 / 19\,cm}}$

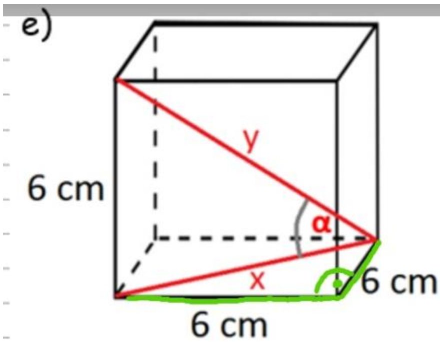
9 Gegenk.
18,9 Ank. $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{9}{18{,}9}$

$\alpha \approx \underline{\underline{25{,}5°}}$

$9^2 + 18{,}9^2 = s^2$

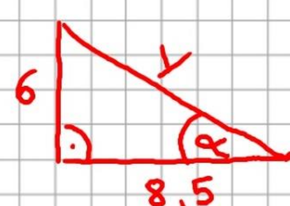
$s^2 = 438{,}21 \qquad s = \underline{\underline{20{,}9\,cm / 21\,cm}}$

e)



$6^2 + 6^2 = x^2$

$x^2 = 72 \qquad x \approx \underline{\underline{8{,}5\,cm}}$



$6^2 + 8{,}5^2 = y^2$

$y^2 = 108{,}25$

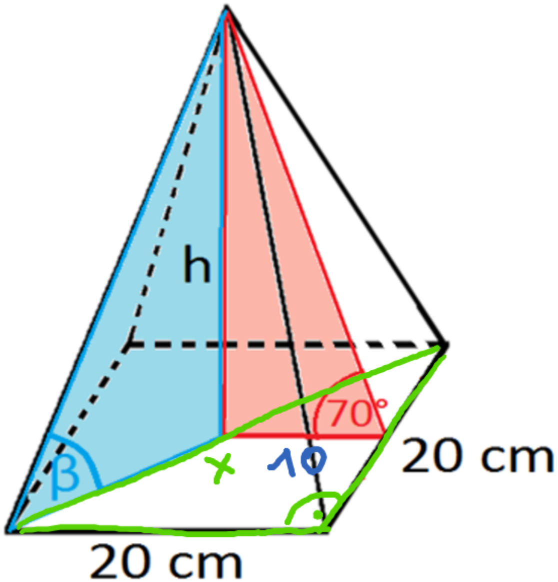
$y \approx \underline{\underline{10{,}4\,cm}}$

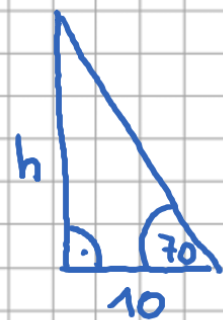
α

6 Gegenk.
8,5 Ank. $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{6}{8{,}5}$

$\tan^{-1} 0{,}7059 \approx \underline{\underline{35{,}2°}}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$





70°

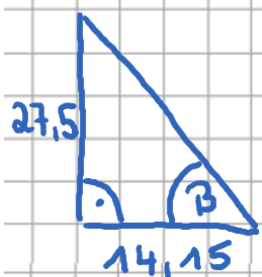
h Gegenk. $\Rightarrow \tan 70 = \frac{h}{10}$

10 AnK.

$h \approx 27{,}5\ \text{cm}$

$$20^2 + 20^2 = x^2$$

$$x^2 = 800 \qquad x = 28{,}3\ \text{cm}$$



$\rightarrow x : 2$

β

14,15 AnK. $\Rightarrow \tan\beta = \frac{27{,}5}{14{,}15}$

27,5 Gegenk.

$\beta \approx 62{,}8°$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (20 \cdot 20) \cdot 27{,}5 \approx 3.666{,}7\ \text{cm}^3$$

Info 5 — Sinus- & Kosinusfunktion

Auf diesen Infokarten findest du die wichtigsten Infos zu diesem Thema. Genauere Infos findest du hier

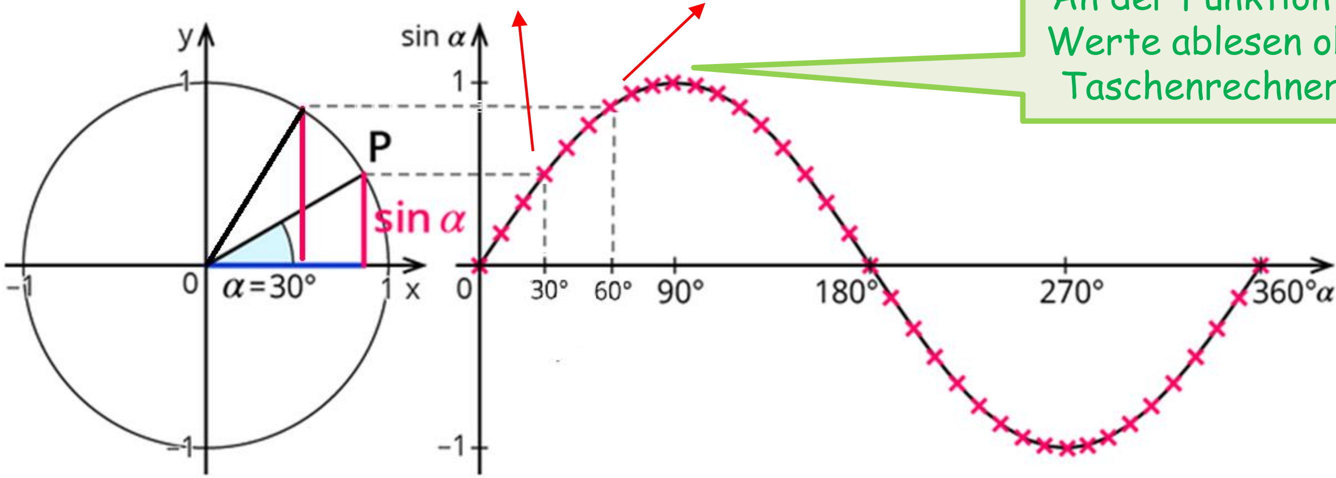
Lade dir einen QR-Code Scanner herunter.

Bisher meinten die Winkelfunktionen ausschließlich Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck. Deshalb war bisher sowas wie *sin(190°)* Quatsch, weil ja die Innenwinkelsumme des Dreiecks nur 180° beträgt. Mit dem Einheitskreis hast du den Sinusbegriff erweitert.

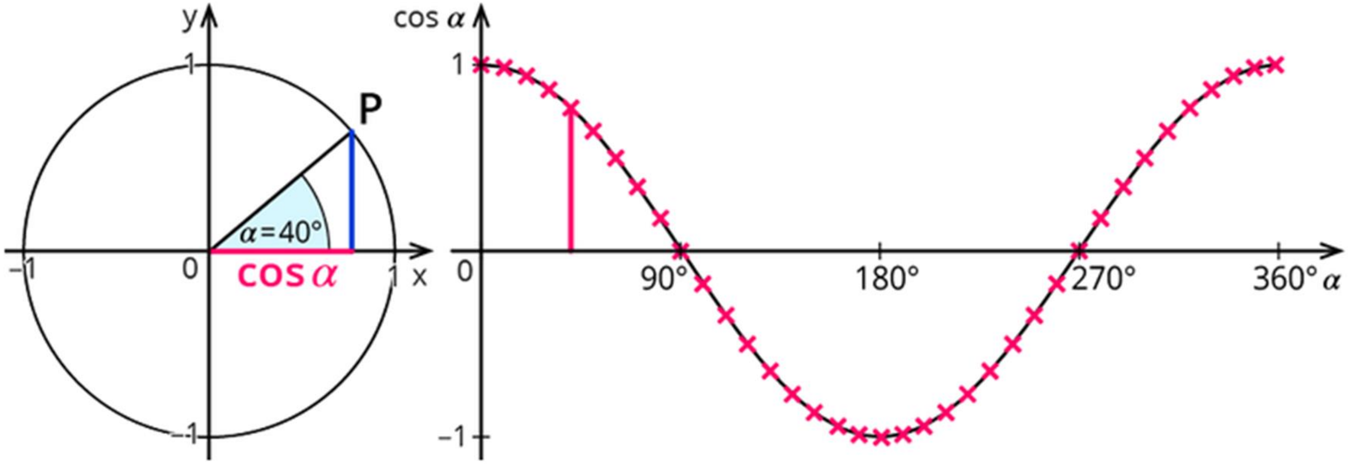
Der Sinus eines Winkels α ist die y-Koordinate des zugehörigen Punktes P auf dem Einheitskreis.

sin 30 = 0,5 *sin 60 = 0,87*

An der Funktion kann man die Werte ablesen ohne sie in den Taschenrechner einzugeben.

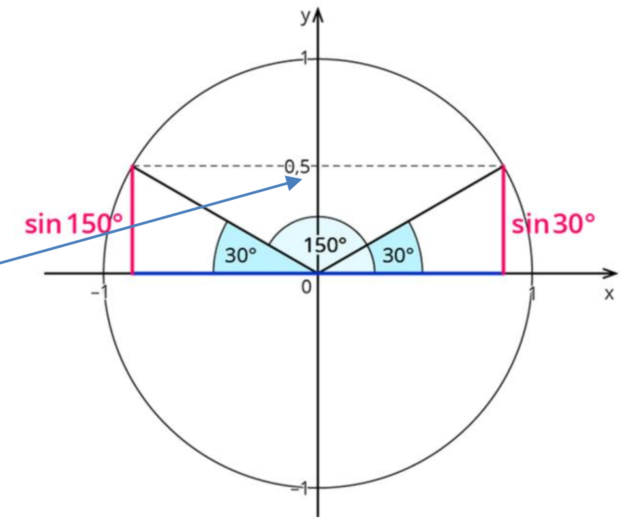


Der Kosinus eines Winkels α ist die **x-Koordinate** des zugehörigen Punktes P auf dem Einheitskreis.



y
1
P
α = 40°
–1
0
cos α
1
x
–1
cos α
1
0
90°
180°
270°
360°
α
–1

Was soll das nun mit diesen Funktionen?



Wie schon vorher erwähnt wird durch den Einheitskreis deutlich, dass es immer für zwei Winkel das gleiche Ergebnis geben kann:

sin(30°) = sin(150°) = 0,5 (siehe Abb. bei y = 0,5)

Oder, dass es für ein Ergebnis zwei Winkel gibt.
sin^{-1}0,5 = 30° und sin^{-1}0,5 = 150° (weil 180°- 30° = 150°)

Wie berechnet man nun die zwei Lösungen?

Bei Sinus

Beispiel: sin α = 0,8

- Ersten Winkel mit dem Taschenrechner bestimmen: sin^{-1}0,8 = ***53,1 °***
- Zweiten Winkel bestimmen:

  Es gilt „180° - erster Winkel“

  180° - 53,1° = ***126,9°***

Bei Kosinus

Beispiel: sin α = 0,8

- Ersten Winkel mit dem Taschenrechner bestimmen: cos^{-1}0,8 = ***36,9°***
- Zweiten Winkel bestimmen:

  Es gilt „360° - erster Winkel“

  360° - 36,9° = ***323,1 °***

Station 5 | Sinus- & Kosinusfunktion | ☺

Aufgabe 1: Löse mit Hilfe des Taschenrechners. Gib auch die zweite Lösung an.

Beispiel: $\sin \alpha = 0{,}8$ (1.) $\sin^{-1}(0{,}8) = \mathbf{53{,}1°}$ (2.) $180° - 53{,}1° = \mathbf{126{,}9°}$

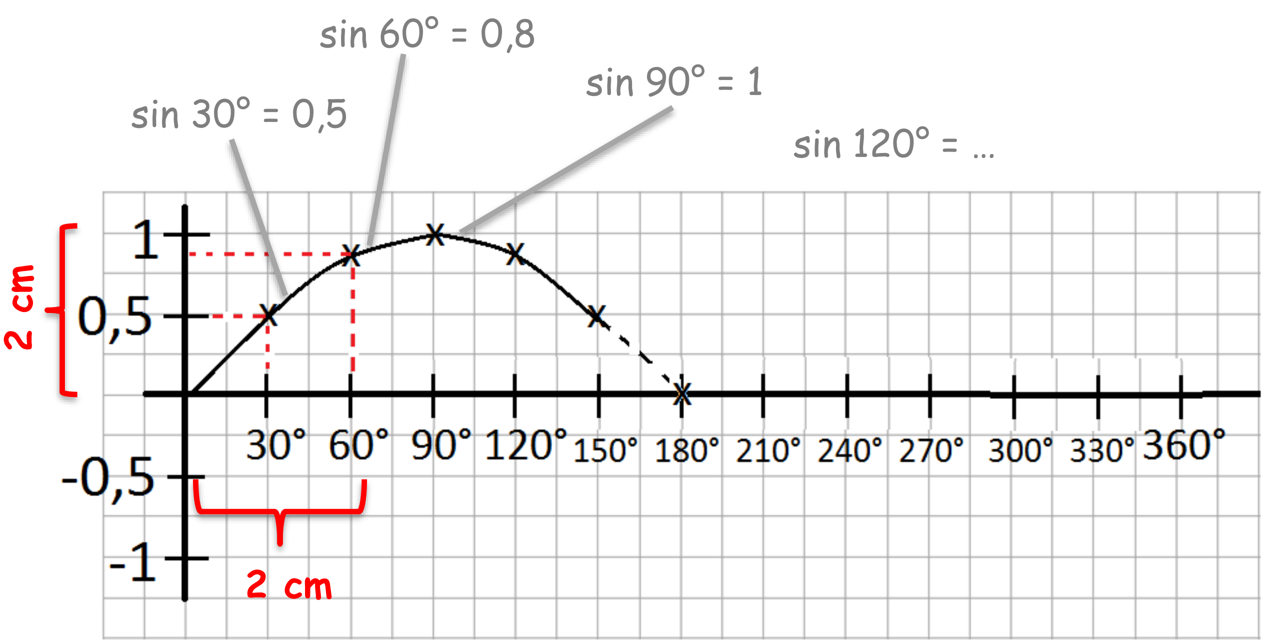
(Runde auf eine Stelle nach dem Komma)

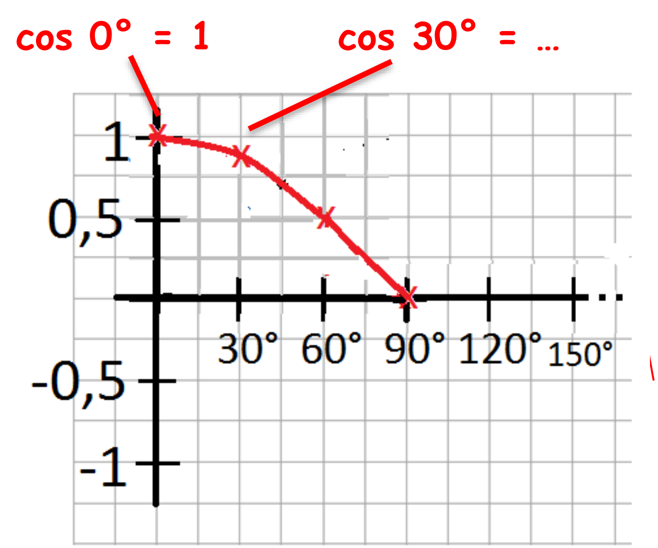
a) $\sin(\alpha) = 0{,}2$ b) $\cos(\alpha) = 0{,}3$ c) $\sin(\alpha) = 0{,}9$ d) $\cos(\alpha) = 0{,}7$ e) $\cos(\alpha) = -0{,}25$

Aufgabe 2: Zeichne die Sinus- und Kosinusfunktion im Intervall (0°, 360°)
a) Einheit: 2 cm b) Einheit: 3 cm

„Einheit x cm" bedeutet, dass der Abstand alle 60° x cm beträgt und an der y-Achse von 0-1 auch x cm beträgt.

Zu a) Zeichne a) unten ab und zeichne weiter.
ROT ist die Kosinusfunktion…auch weiter zeichnen!





Lösung

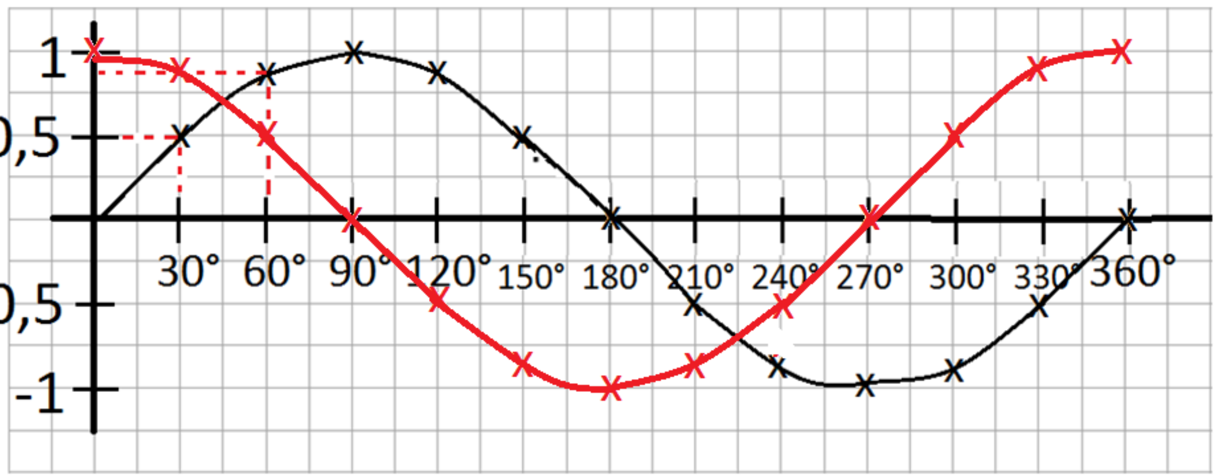
Aufgabe 1:

a) 11,5° und 168,5° b) 72,5° und 287,5° c) 64,2° und 115,8°

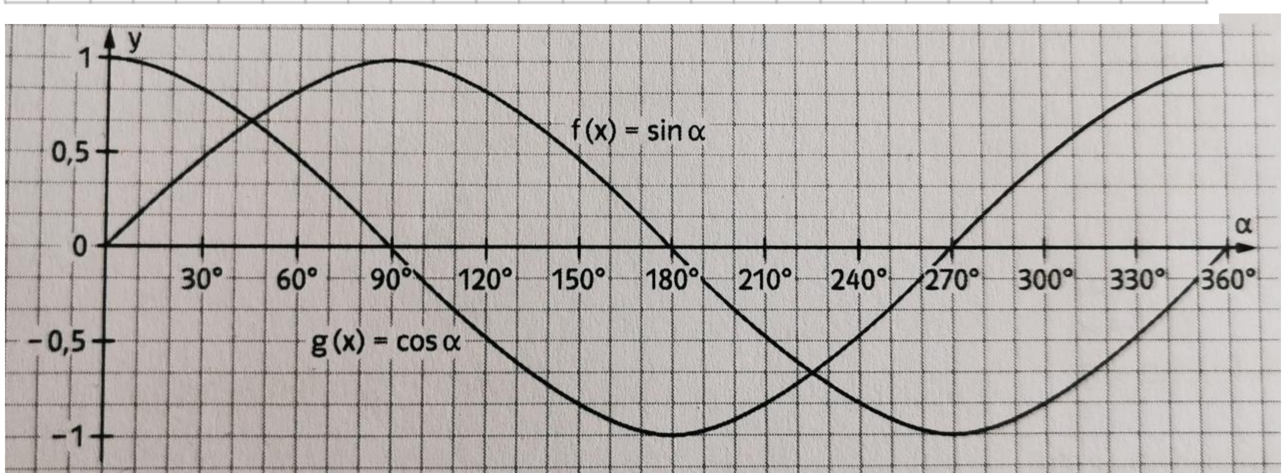
d) 45,6° und 314,4° e) 104,5° und 255,5°

Aufgabe 2:

a)



b)



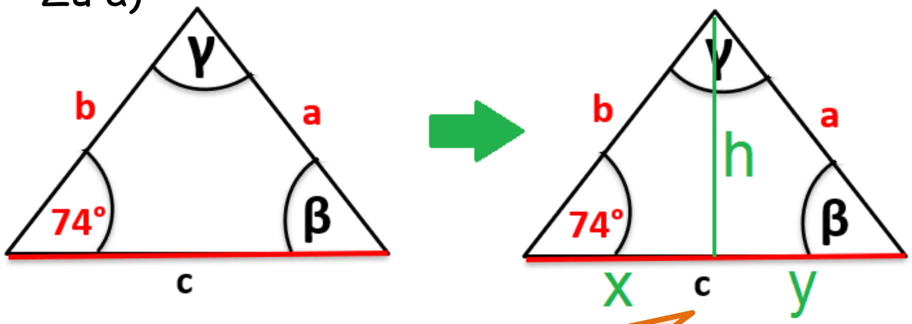
Station 1 | Sinus, Kosinus und Tangens | ☺

Aufgabe 1: Berechne die unbekannten Größen.

	a)	b)	c)
a in cm	6,2		
b in cm	4,8	3,4	
c in cm			6
α	74°	35,5°	49°
β			72,5°
γ		79,5°	

Tipp:
Eine Planfigur kann hilfreich sein.

Zu a)



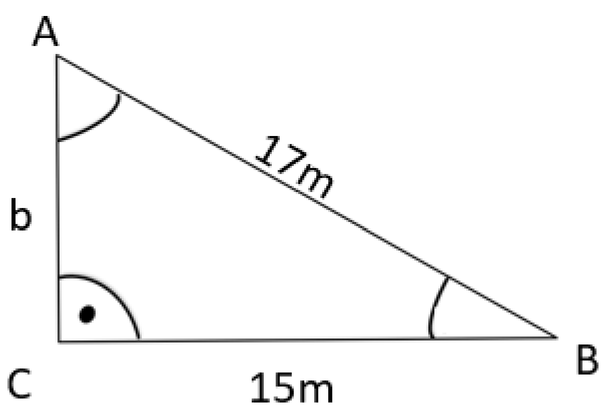
Teile die Figur sinnvoll in rechtwinklige Dreiecke ein und berechne dann alle Teilstücke

Aufgabe 2: Sachaufgabe

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die größte Seite 17m und eine kleinere Seite 15m lang. Berechne die unbekannten Größen (Seiten und Winkel). Gib verschiedene Lösungswege an.

Lösung

	a)	b)	c)
a in cm	6,2	2,2	5,3
b in cm	4,8	3,4	6,7
c in cm	5,5	3,7	6
α	74°	35,5°	49°
β	48,1°	65°	72,5°
γ	57,9°	79,5°	58,5°



Beispiellösung:

$\cos(\beta) = \frac{15}{17}$

β = 28,07

α = 180° - 90° - 28,07 = **61,93°**

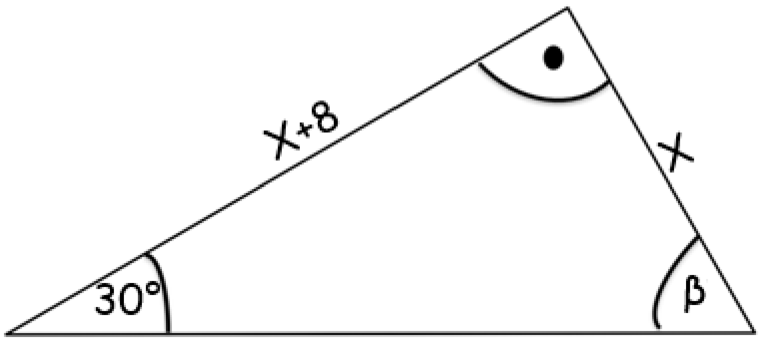
$\text{Sin}(28{,}07) = \frac{b}{17}$

17 * sin (28,07) = b

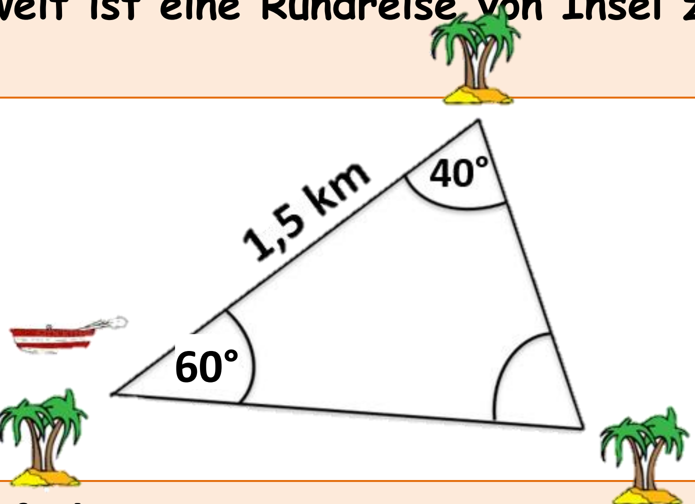
b = 8

Station 2	Allgemeine Dreiecke	☺

1. Wie groß ist x?

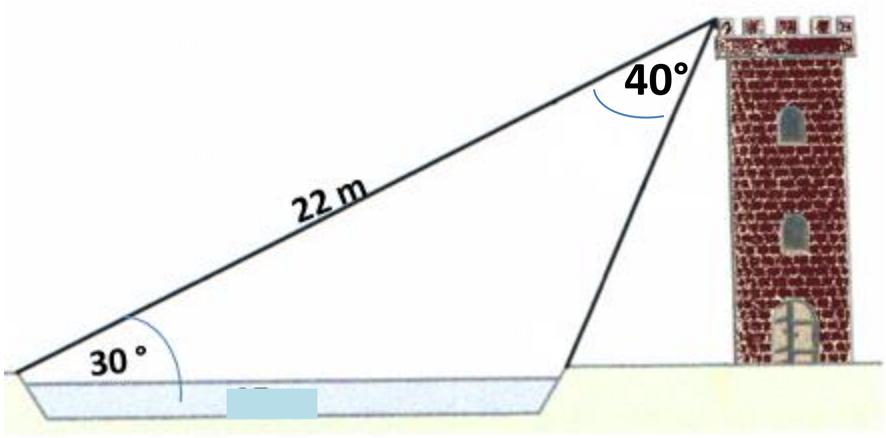


2. Wie weit ist eine Rundreise von Insel zu Insel?



3. Sachaufgabe 1

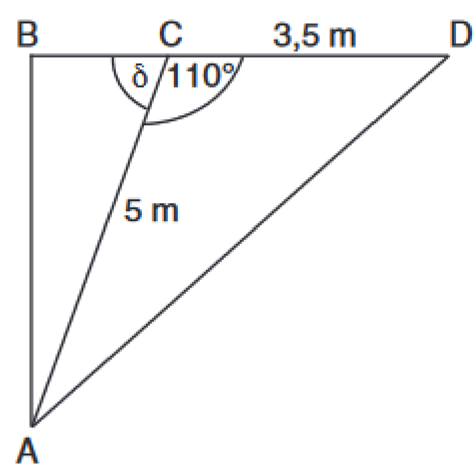
Wie lang ist der Weg vom Turm bis zum Wasser??



4. Sachaufgabe 2

Herr Huber will das Gartenbeet neben seiner Terrasse gemäß der Skizze erweitern.

Welche Fläche nimmt das Beet ein?



Lösung

1. Aufgabe

$\tan(30°) = \frac{x}{x+8}$

$\tan(30°) \cdot (x+8) = x$

$0{,}58 \cdot (x+8) = x$

$0{,}58x + 4{,}64 = x$

$4{,}64 = 0{,}42x$

$\mathbf{x = 11}$

2. Aufgabe

$\cos(60°) = \frac{x}{1{,}5}$

$0{,}5 \cdot 1{,}5 = x$

$\mathbf{x = 0{,}75\ [km]}$

$\sin(60°) = \frac{h}{1{,}5}$

$0{,}87 \cdot 1{,}5 = x$

$\mathbf{h = 1{,}31 [km]}$

$\tan(80°) = \frac{1{,}31}{y}$

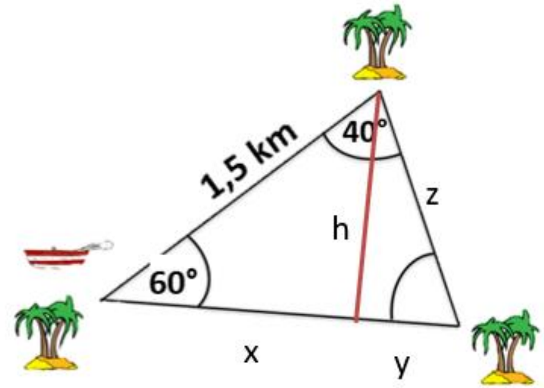
$3{,}08 \cdot y = 1{,}31$

$\mathbf{y = 0{,}23\ [km]}$

$\sin(80°) = \frac{1{,}31}{z}$

$0{,}95 \cdot z = 1{,}31$

$\mathbf{z = 1{,}3 [km]}$



Rundfahrt:

$1{,}5 + 1{,}27 + 0{,}39 + 0{,}88 =$ **4,04[km]**

3. Aufgabe

blauer Winkel: 180°-90°-30°= 60°

roter Winkel 60° - 40° = 20°

$\sin(30°) = \frac{x}{22}$

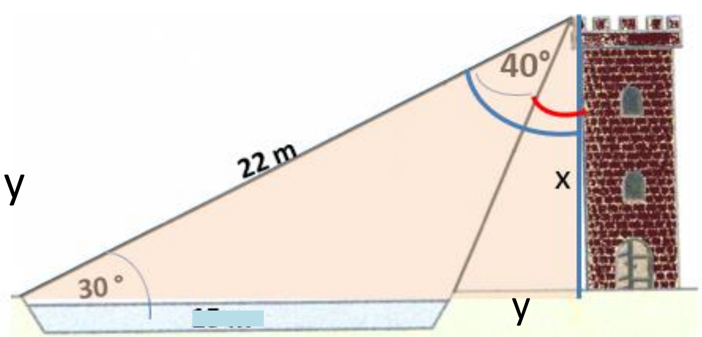
$0{,}5 \cdot 22 = x$

$x = 11\ [m]$

$\tan(20°) = \frac{y}{11}$

$\tan(20°) \cdot 11 = y$

$\mathbf{y = 4\ [m]}$



4. Aufgabe

Beispiellösung:

$\gamma = 180° - 110° = 70°$

$\sin(70°) = \frac{AB}{5}$

$AB = \sin(70°) \cdot 5 = 4{,}7\ [m]$

$\cos(70°) = \frac{BC}{5}$

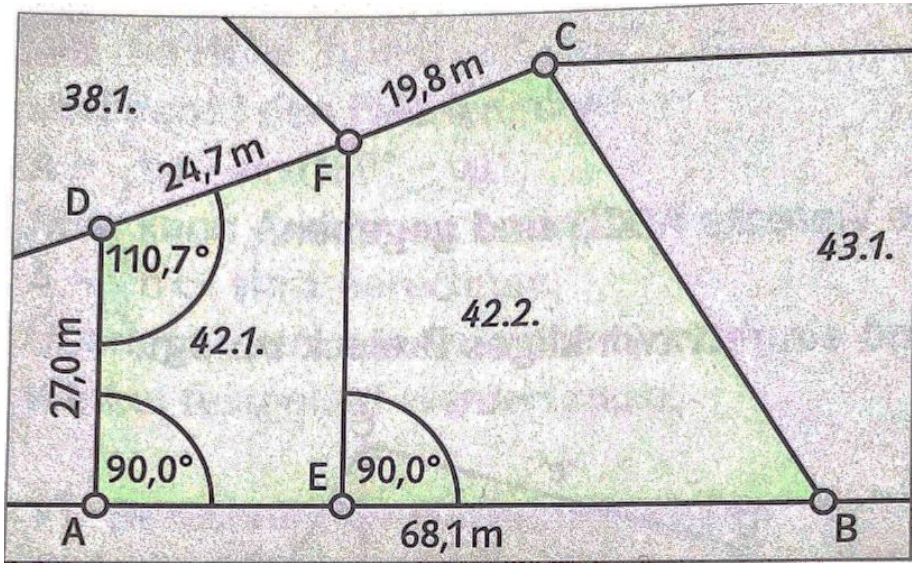
$BC = \cos(70°) \cdot 5 = 1{,}71\ [m]$

$BD = 1{,}71 + 3{,}5 = 5{,}21\ [m]$

$A = (4{,}7m \cdot 5{,}21m) : 2 =$ **12,24 [m²]**

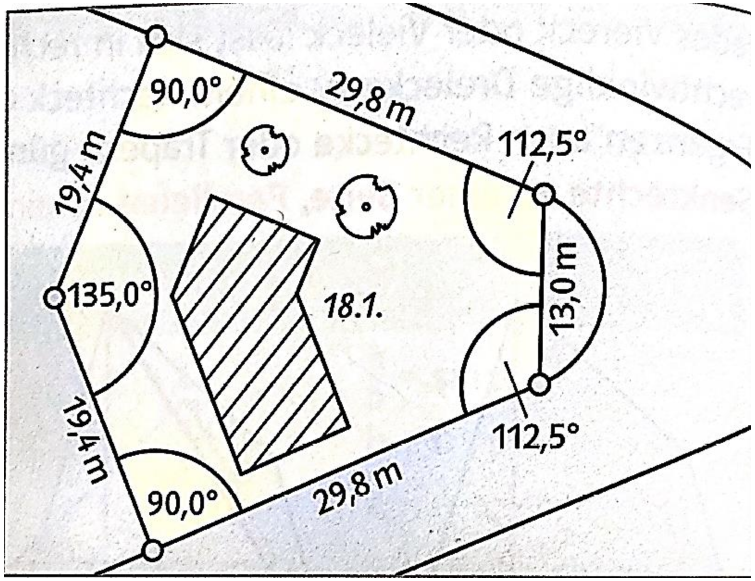
Die Fläche beträgt 12,24 m².

Station 3 | **Trigonometrie im Vieleck** | ☺



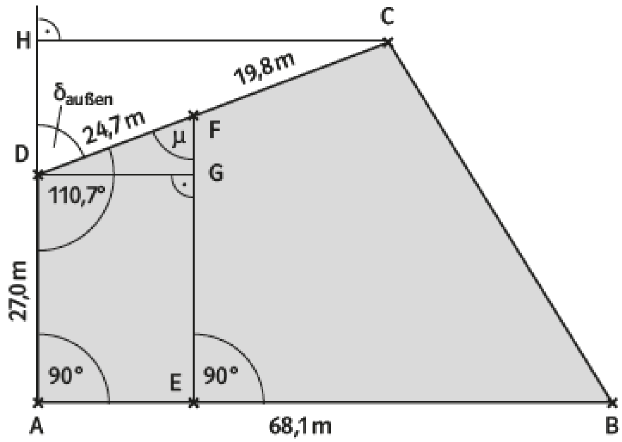
Ein Baugrundstück wird geteilt.

a) Wie lang ist die neue Grenze EF?
b) Welchen Flächeninhalt haben die beiden Teile?



Berechne den Flächeninhalt des Grundstücks.
Es gibt mehrere Vorgehensweisen.

Lösung



a) $\mu = 69{,}3°$; $\cos\mu = \frac{\overline{FG}}{\overline{DF}}$; $\overline{FG} \approx 8{,}73$

$\overline{EF} = \overline{AD} + \overline{FG}$; $\overline{EF} \approx 35{,}73$

Die neue Grenze ist etwa 35,73 m lang.

b) $\delta_{außen} = 69{,}3°$

$\sin\delta_{außen} = \frac{\overline{CH}}{\overline{CD}}$; $\overline{CH} \approx 41{,}63$

$\cos\delta_{außen} = \frac{\overline{DH}}{\overline{CD}}$; $\overline{DH} \approx 15{,}73$

$A_{ABCH} = \frac{68{,}1 + 41{,}63}{2} \cdot (15{,}73 + 27) \approx 2344{,}38$

$A_{ABCH} \approx 2344{,}38$

$A_{DCH} = \frac{\overline{CH} \cdot \overline{DH}}{2}$; $A_{DCH} \approx 327{,}42$

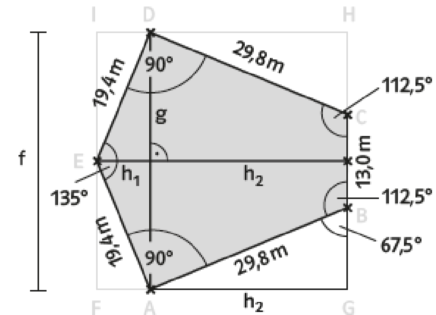
$A_{ABCD} = 2016{,}96$

$\mu = \delta_{außen} = 69{,}3°$

$\sin\mu = \frac{\overline{DG}}{\overline{DF}}$; $\overline{DG} = 23{,}1$

$A_{AEFD} = \overline{DG} \cdot \frac{\overline{AD} + \overline{EF}}{2} = 724{,}7\,m^2$

$A_{BCFE} = A_{ABCD} - A_{AEFD} = 1292{,}3\,m^2$



(1) Man teilt links ein Dreieck ab und berechnet das Dreieck und ein Trapez:

$\frac{135°}{2} = 67{,}5°$; $\sin 67{,}5° = \frac{g}{19{,}4}$; $g \approx 17{,}92\,m$

$f = 2 \cdot g \approx 35{,}84\,m$

$\cos 67{,}5° = \frac{h_1}{19{,}4}$; $h_1 \approx 7{,}42\,m$; $180° - 112{,}5° = 67{,}5°$

$\sin 67{,}5° = \frac{h_2}{29{,}8}$; $h_2 \approx 27{,}53\,m$

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot f \cdot h_1$; $A_{Dreieck} \approx 132{,}97\,m^2$

$A_{Trapez} = \frac{13{,}0 + f}{2} \cdot h_2$; $A_{Trapez} \approx 672{,}28\,m^2$

Der Flächeninhalt A ist ca. 805,25 m².

(2) Man zeichnet das umschreibende Rechteck. Zur Berechnung des Flächeninhalts zieht man die überstehenden Flächen (Dreiecke) von der Fläche des Rechtecks ab.

$A_{FGHI} = f \cdot (h_1 + h_2) \approx 1252{,}6\,m^2$

$\cos 67{,}5° = \frac{\overline{GB}}{\overline{BA}}$; $\overline{GB} \approx 11{,}4\,m$

$A_{AGB} = \frac{1}{2} \cdot h_2 \cdot \overline{GB} \approx 156{,}98\,m^2$

$A_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot h_1 \cdot g \approx 66{,}48\,m^2$

$A_{ABCDE} = A_{FGHI} - 2 \cdot (A_{AGB} + A_{AEF}) \approx 805{,}68\,m^2$

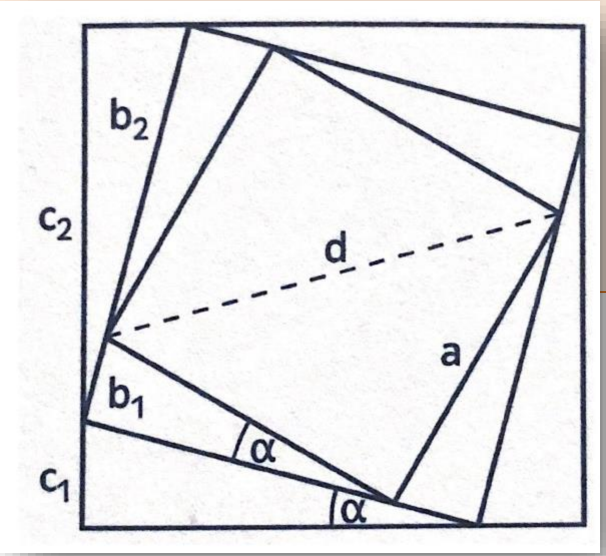
Die beiden Ergebnisse sind fast identisch. Der kleine Unterschied kommt durch Rundungen der Zahlen zustande.

Station 4	Textaufgaben	☺

Für ein Kunstwerk werden drei quadratische Metallplatten aufeinandergelegt. Die Diagonale der kleinsten Platte ist 2,7 m lang. Die Platten sind im Winkel von α= 15° zueinander verdreht.

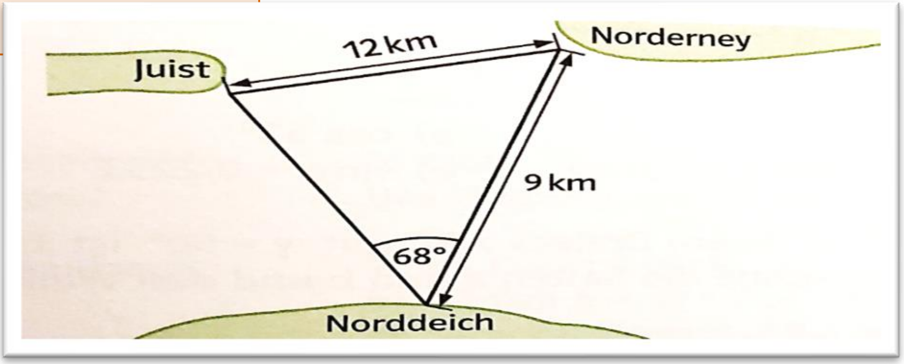
a) Wie groß sind die drei Quadratflächen?

b) Müssen die mittlere und die große Platte größer oder kleiner sein, wenn der Winkel α größer wird? Begründe deine Meinung.



Bei guter Sicht kann man von Norddeich aus auf den Nordseeinseln Juist und Norderney die Fähranleger sehen. Man sieht die Insel unter einem Winkel von α =68°. Die Fähranleger beider Inseln sind ungefähr 12km voneinander entfernt.

Berechne die Entfernung Norddeich - Juist



Lösung

Aufgabe 1

a) kleine Platte: $2a^2=2{,}7^2 \Leftrightarrow 2a^2 = 7{,}29 \Leftrightarrow a^2 = 3{,}64 \Leftrightarrow a \approx 1{,}9$ m;

$A_1 = 3{,}645$ m²

mittlere Platte: $\sin(15°)=\frac{b_1}{1{,}9} \Leftrightarrow b_1 \approx 0{,}49$ m,

$\cos(15) = \frac{b_2}{1{,}9} \Leftrightarrow b_2 \approx 1{,}84$ m, $b \approx 2{,}33$ m ; **$A_2 = 5{,}43$ m²**

große Platte: $\sin(15°)=\frac{c_1}{2{,}33} \Leftrightarrow c_1 \approx 0{,}6$ m,

$\cos(15°)=\frac{c_2}{2{,}33} \Leftrightarrow c_2 \approx 2{,}25$ m, $c \approx 2{,}85$ m ; **$A_3 = 8{,}12$ m²**

b) Die Platten müssen größer sein. Für die Berechnung benötigt man den Sinus in einer Multiplikation. Die Sinuswerte steigen mit der Größe des Winkels – also werden auch die berechneten Längen größer.

Aufgabe 2

Berechnung der roten Linie $\sin(68°)=\frac{rote\ Linie}{9} \Leftrightarrow$ rot $\approx 8{,}34$ m

$x^2 + 8{,}34^2 = 9^2 \Leftrightarrow x^2 = 11{,}44 \Leftrightarrow x = 3{,}4$ km

$y^2 + 8{,}34^2 = 12^2 \Leftrightarrow y^2 = 74{,}44 \Leftrightarrow y = 8{,}6$ km

Die Entfernung von Norddeich nach Juist beträgt:
8,6 + 3,4 = **12 km**