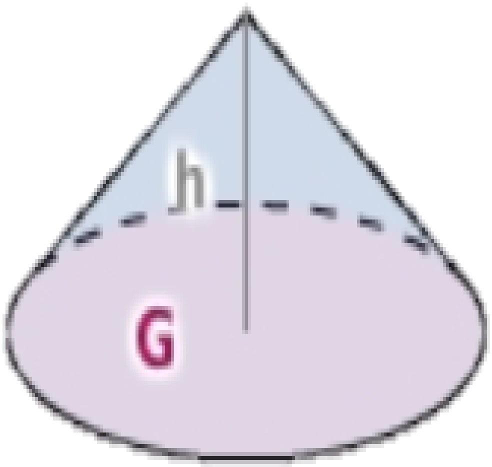
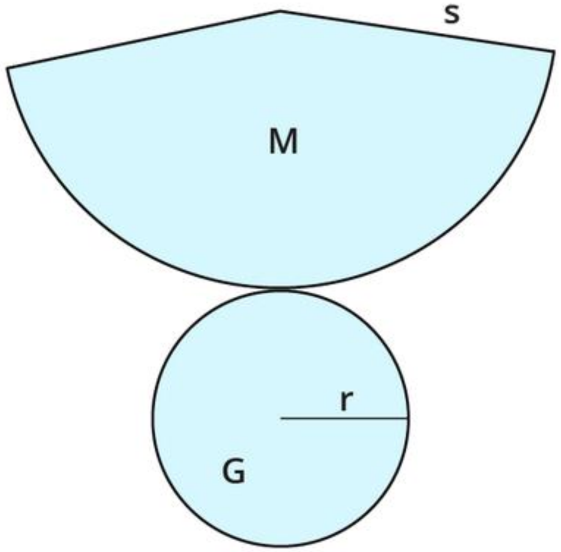
Info - Kegel





Volumen

V = $\frac{1}{3}$ · Grundfläche · Höhe

V = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

Mantelfläche

M = Kreisumfang · Höhe

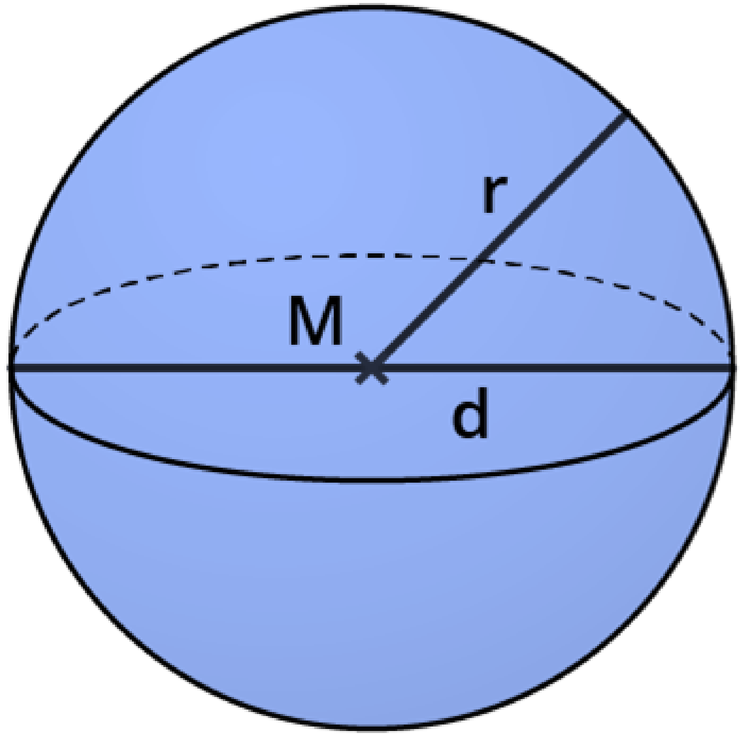
M = $\pi \cdot r \cdot s$

Oberfläche

O = Grundfläche + Mantelfläche

O = $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

Info - Kugel



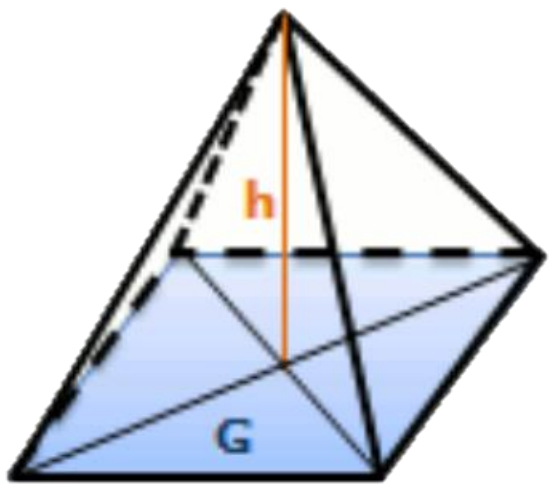
Volumen

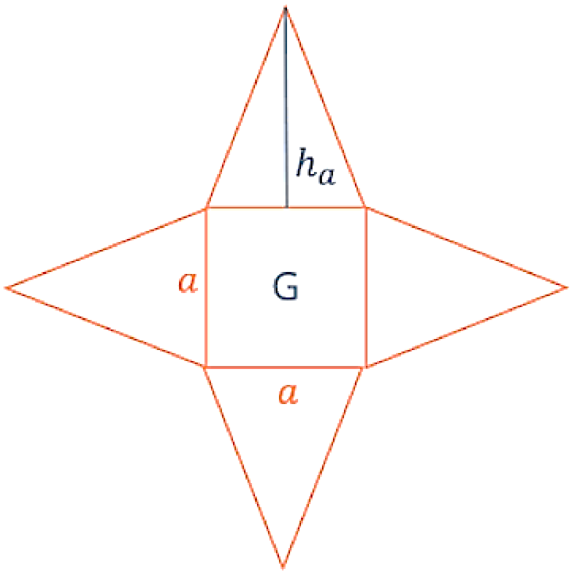
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Oberfläche

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

Info - Pyramide





Volumen

V = $\frac{1}{3}$ · Grundfläche · Höhe

$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

Mantelfläche

M = 4 · Dreieck

$M = 2 \cdot a \cdot h_a$

Oberfläche

O = Grundfläche + Mantelfläche

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot ha$

Info – Satz des Pythagoras

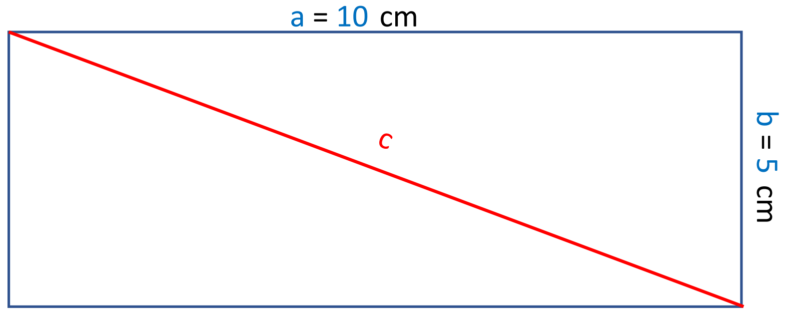
Zur Berechnung der Seitenlängen in einem **rechtwinkligen** Dreieck, kannst du den Satz des Pythagoras verwenden. Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt wird Hypotenuse genannt und ist die längste Seite im Dreieck. Die Katheten sind die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen.

Bezogen auf die Skizze, lautet der Satz des Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Beispiel:



$$c = \sqrt{10^2 + 5^2}$$

$$c \approx 11{,}18 \text{ cm}$$

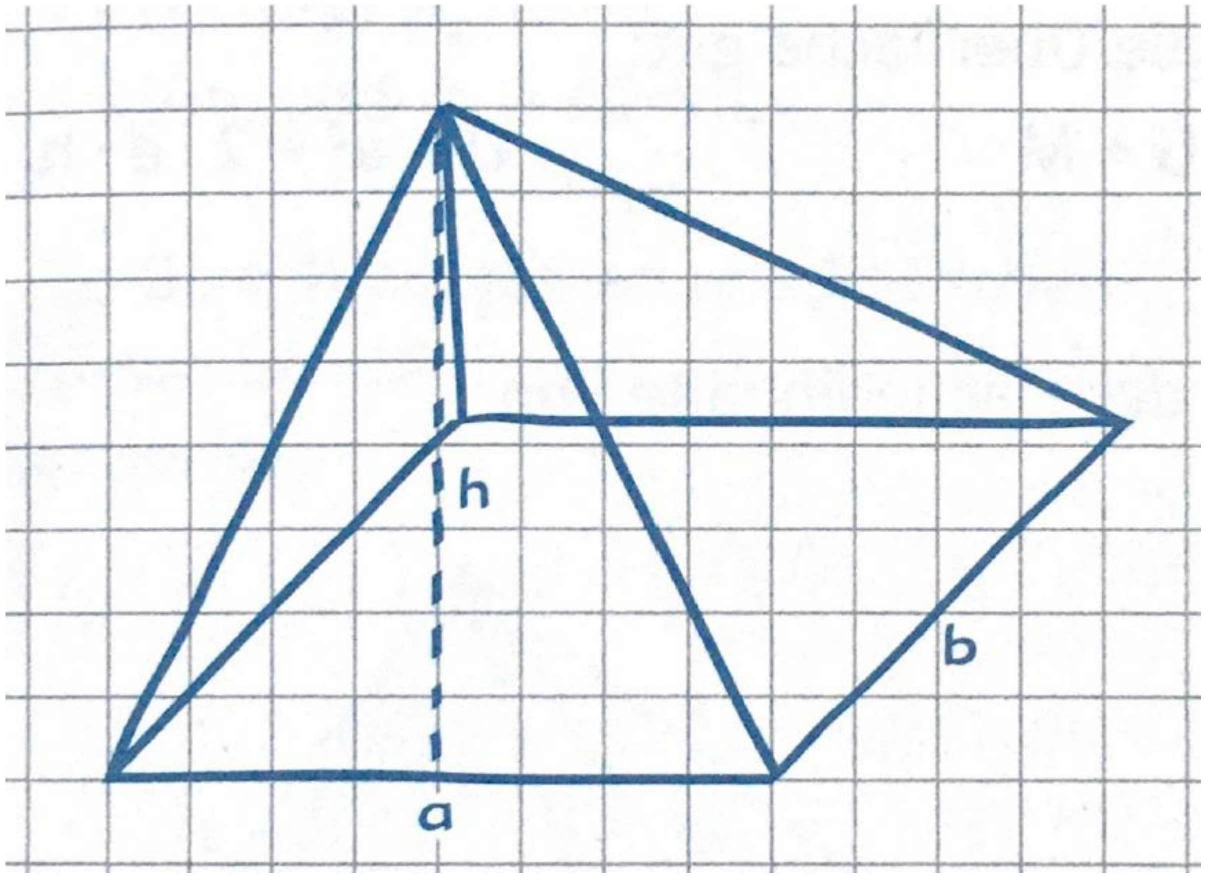
Station 1

Schrägbilder zeichnen

☺

1. Zeichne das Schrägbild einer quadratischen Pyramide mit der Grundlänge a = 8 cm und der Höhe h = 7 cm.
2. Zeichne eine Rechteckspyramide (Tipp) a = 4cm, b= 7 cm, h = 1 **dm.**
3. Zeichne einen Kegel im Schrägbild mit dem Radius r = 3 cm und der Höhe h = 6 cm.
4. Christian hat eine Rechteckspyramide mit den Maßen a = 4 cm, b = 3 cm und h = 4 cm gezeichnet. Was ist schief gelaufen?

Christians Lösung:



Lösung

grün: Station 1

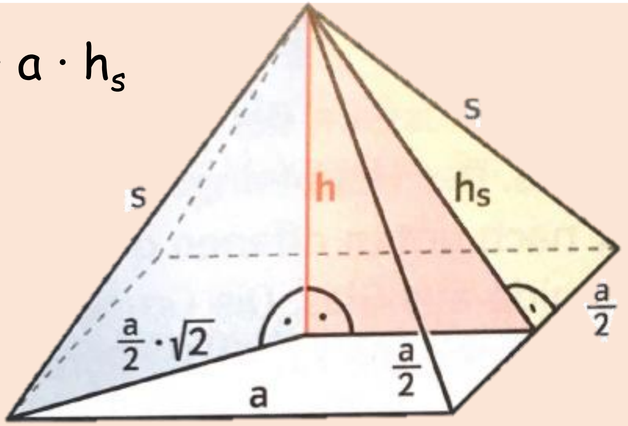
Aufgabe 4

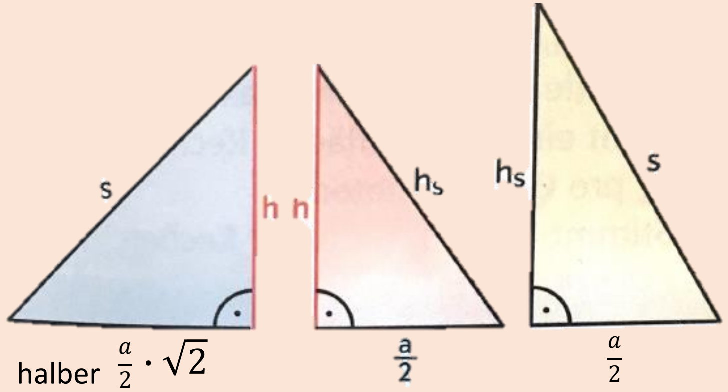
a) Er hätte die Seite b nur halb so lang zeichnen dürfen, da alle Längen die nach hinten gehen halbiert werden. Außerdem wird die Höhe auf den Mittelpunkt der gesamten Pyramide gesetzt; also auf die Diagonalen zwischen a und b.

Die restlichen Lösungen findest du als Folie zum Vergleich.

Station 2 | Oberfläche der Pyramide ☺

$O_{\text{quadr. Pyramide}} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$





1. Aufgabe: Berechne die Oberfläche einer quadratischen Pyramide mit:

a) $a = 4$ cm $h_s = 7$ cm **b)** $a = 4{,}5$ m $h_s = 70$ dm **c)** $a = 6$ m $s = 5$ m

2. Aufgabe: Berechne die fehlenden Größen der quadratischen Pyramide.

	a	s	h	h_s	M	O
a)	7			9		
b)	7,8	9,5				
c)	6,2		8,5			
d)			1,1	1,3		

Lösung

grün: Station 2

Aufgabe 1

a) $a = 4\text{ cm}$ $h_s = 7\text{ cm}$
$O = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 7 = 72\text{cm}^2$

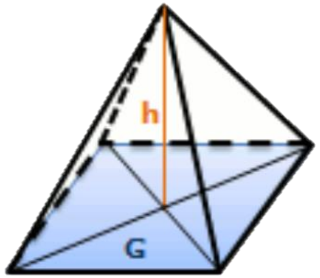
b) $a = 4{,}5\text{ m}$ $h_s = 70\text{ dm}$
$O = 4{,}5 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot 4{,}5 \cdot 7 = 83{,}25\text{m}^2$

c) $a = 6\text{ m}$ $s = 5\text{ m}$
$hs^2 = 5^2 - 3^2 = 16$ $hs = 4$
$O = 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 4 = 84\text{ m}^2$

Aufgabe 2

	a	s	h	h_s	M	O
a)	7	9,66	8,29	9	126	175
b)	7,8	9,5	7,66	8,66	135,096	195,94
c)	6,2	9,05	8,5	9,05	112,22	150,66
d)	1,39	1,48	1,1	1,3	3,614	5,55

Station 3 — Volumen der Pyramide ☺



$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$G_{\text{quadratische Pyramide}} = a \cdot a = a^2$

$G_{\text{rechteckige Pyramide}} = a \cdot b$

<u>1. Aufgabe:</u> Berechne zuerst die Grundfläche, dann das Volumen der quadratischen Pyramide. Dabei ist d die Diagonale der Grundfläche .

a) a = 5 m, h = 8m **b)** a = 95 dm, h = 7m **c)** a = 10 m, h = 12m **d)** h_s = 4,5 m, h = 4m

<u>2. Aufgabe:</u> Berechne das Volumen der quadratischen Pyramide.

a) M = 100 cm² a = 9 **b)** M = 400 cm² a= 12 cm

c) O = 855 cm² a = 15 cm **d)** O = 240 cm² a = 8 cm

<u>3. Aufgabe:</u> Verpackungen

Die Verpackung des Fruchtsaftes hat die Form einer Pyramide und ist 11,2 cm hoch.
Die Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck mit 13,7 cm Seitenlänge.
Prüfe die Volumenangabe des Herstellers.

Lösung

grün: Station 3

Aufgabe 1

a) a = 5 m, h = 8m

$\mathbf{G = 5 \cdot 5 = 25\, m^2}$

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 8 = 66{,}66\, m^3}$

b) a = 95 dm, h = 7m

$\mathbf{G = 9{,}5 \cdot 9{,}5 = 90{,}25\, m^2}$

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot 90{,}25 \cdot 7 = 210{,}58\, m^3}$

c) d = 10 m, h = 12m

$\mathbf{G = 10 \cdot 10 = 100\, m^2}$

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = 400\, m^3}$

d) h_s = 4,5 m, h = 4m a= 4,12

$\mathbf{G = 4{,}12 \cdot 4{,}12 = 20{,}25\, m^2}$

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot 16{,}97 \cdot 4 = 22{,}63\, m^3}$

Aufgabe 2

a) M = 100 cm² a = 9

100 = 2· 9 · h_s

100 = 18 · h_s

5,56 = h_s

h² = 5,56² - 4,5²

h =$\sqrt{10{,}89}$= 3,3

V= $\frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 3{,}3$ =89,1 [cm³]

b) M = 400 cm² a= 12 cm

400 = 2· 12 · h_s

400 = 24 · h_s

16,67 = h_s

h² = 16,67² - 6²

h =$\sqrt{276{,}23}$= 16,61

V= $\frac{1}{3} \cdot 12^2$ ·16,61= 797,28 [cm³]

c) *O* = 855 cm² a = 15 cm

$855 = 15^2 + 2 \cdot 15 \cdot h_s$

$855 = 225 + 30 \cdot h_s$

$630 = 30 \cdot h_s$

h_s = 21

h² = 21² - 7,5²

h =$\sqrt{384{,}75}$= 19,61

V = $\frac{1}{3} \cdot 15^2 \cdot 19{,}61$

V= 1470,75 [cm³]

d) *O* = 240 cm² a = 8 cm

$240 = 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot h_s$

$240 = 64 + 16 \cdot h_s$

$176 = 16 \cdot h_s$

h_s = 11

h² = 11² - 4²

h =$\sqrt{105}$= 10,25

V = $\frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 10{,}25$

V= 218,66 [cm³]

Aufgabe 3

h² = 13,7² - 6,9²

h = $\sqrt{140{,}1}$= 11,84

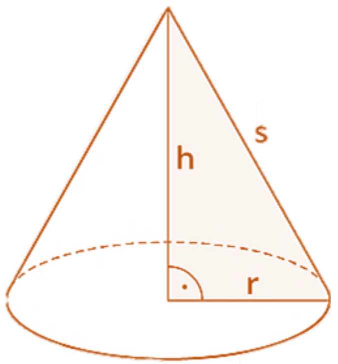
G_{Dreieck}= $13{,}7 \cdot 11{,}8 \cdot \frac{1}{2} = 81{,}07\ cm^2$ V_{Pyramide} = $81{,}07 \cdot 11{,}2 \cdot \frac{1}{3} = 302{,}67\ cm^3$ = 302,67 ml = 0,302 Liter

Antwort: Das Volumen stimmt mit dem angegebenen Maß überein.

Station 4 Oberfläche Kegel ☺

$$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

$$O = G + M$$



1. Aufgabe: Berechne die Oberfläche des Kegels.

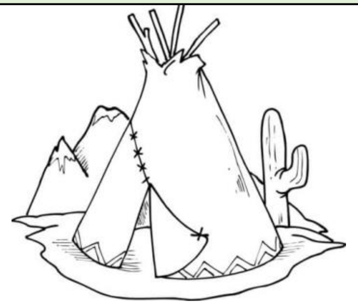
a) $r = 3$ cm $s = 7$ cm b) $r = 2{,}6$ m $s = 3{,}7$ m c) $d = 0{,}4$ cm $s = 8$ mm d) $r = 5$ dm $h = 2$ dm

2. Aufgabe: Berechne den Radius oder die Seitenlänge.

a) $M = 300\ cm^2$ $s = 7$ cm b) $M = 26\ m^2$ $r = 3$ m c) $O = 900\ cm^2$ $r = 12$ cm

3. Aufgabe: Tipi-Zelt

Wie viel Segeltuch, Überlappungen und Verschnitt nicht eingerechnet, sind für den Mantel eines Tipi-Zeltes nötig, wenn das Zelt eine Höhe von 4 m und einen Radius von 3 m haben soll?



Lösung

grün: Station 4

Aufgabe 1

a) $r = 3$ cm $s = 7$ cm
$O = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 7$
$O = 30\pi = 94{,}25$ [cm²]

b) $r = 2{,}6$ m $s = 3{,}7$ m
$O = \pi \cdot 2{,}6^2 + \pi \cdot 2{,}6 \cdot 3{,}7$
$O = 51{,}46$ [cm²]

c) $d = 0{,}4$ cm $s = 8$ mm
$O = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 8$
$O = 62{,}83$ [cm²]

d) $r = 5$ dm $h = 2$ dm $s=5{,}4$
$O = \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5{,}4 \cdot 5$
$O = 163{,}13$[cm²]

Aufgabe 2

a) $M = 300$ cm² $s = 7$ cm
$300 = \pi \cdot r \cdot 7$
$13{,}64 = r$

b) $M = 26$ m² $r = 3$ m
$26 = \pi \cdot 3 \cdot s$
$2{,}76 = s$

c) $O = 900$ cm² $r = 12$ cm
$900 = \pi \cdot 12^2 + \pi \cdot 12 \cdot s$
$900 = 452{,}4 + 37{,}7\,s$
$447{,}6 = 37{,}7s$
$s = 11{,}87$

Aufgabe 3

a) $r = 3$, $h = 4$
$s^2 = r^2 + h^2$
$s^2 = 3^2 + 4^2$
$s^2 = 25$
$s = 5$

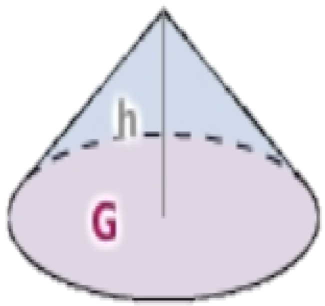
$M = \pi \cdot r \cdot s$
$M = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 47{,}12$ cm²

Antwort: 47,12 cm² Stoff benötigen sie für das Ziel.

Station 5

Volumen Kegel

☺



$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$2 \cdot r = d$

$d = \frac{1}{2} r$

1. Aufgabe: Berechne das Volumen eines Kegels mit den Maßen

a) r = 7,5 cm h= 15 cm b) d = 2,3 cm h = 1,7 dm

2. Aufgabe: Berechne die fehlenden Größen des Kegels (alle Maße in cm, cm^2).

	r	h	s	V
a)	3	8	8,5	
b)	4,5	11		
c)	2			22
d)		8		253,4
e)	5		13	
f)	35	37		

Lösung

grün: Station 5

Aufgabe 1

a) $r = 7{,}5$ cm $h = 15$ cm

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 15 = 883{,}57$$

b) $d = 2{,}3$ cm $h = 1{,}7$ dm

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}15^2 \cdot 17$$

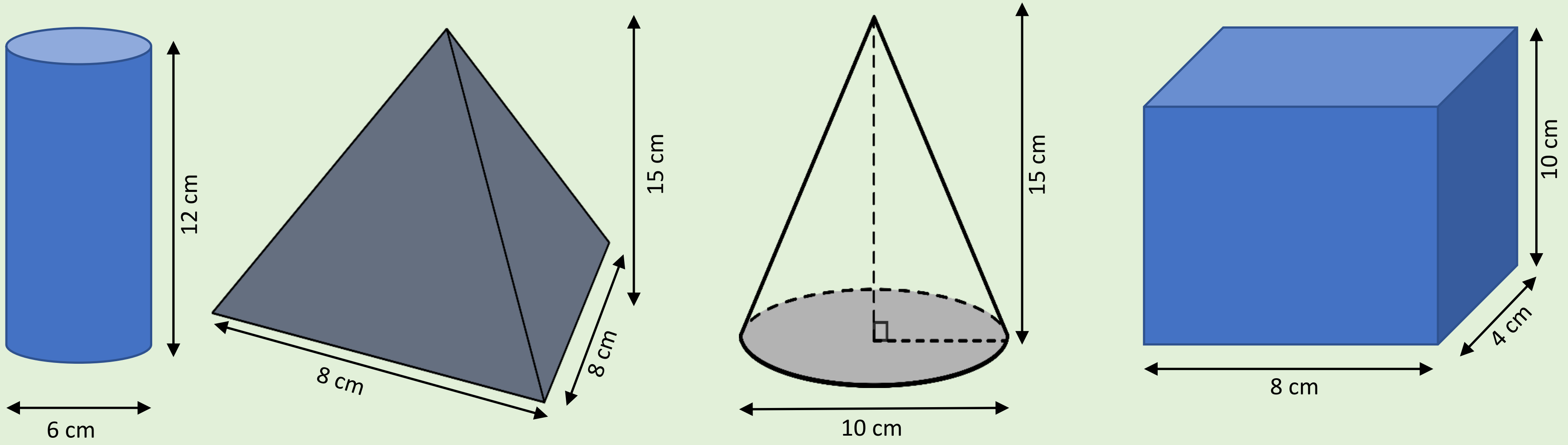
$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}15^2 \cdot 17 = 23{,}54$$

Aufgabe 2:

	r	h	s	V
a)	3	8	8,5	75,4
b)	4,5	11	11,88	233,26
c)	2	5,25	5,62	22
d)	5,5	8	9,71	253,4
e)	5	12	13	314,16
f)	35	37	50,93	47464,23

Station 6 Körper vergleichen ☺

Welcher der abgebildeten Körper hat das größte Volumen, welcher die größte Oberfläche? **Ordne** die Körper entsprechend. **Schätze** zuerst – du kannst auch mit einer Partnerin oder einem Partner zusammenarbeiten - und **überprüfe** dann rechnerisch.



Vergleiche das Volumen und die Oberfläche von b) und d) und **beurteile**, warum die Ergebnisse wichtig für die Verpackungsindustrie sind. (Hinweis: Geld spielt in der Industrie immer eine wichtige Rolle.)

Lösung

grün: Station 6

Aufgabe 1

a) r = 3 cm h= 12 cm

$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_{Zylinder} = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 339{,}29\ [cm^3]$

$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + \pi \cdot d \cdot h$

$O = 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 6 \cdot 12 = 282{,}74\ [cm^2]$

b) a = 8 cm h = 15 cm

$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 15 = 320\ [cm^3]$

$h_s^2 = 4^2 + 15^2 = 241$

$h_s = 15{,}52$

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot 15{,}52$

$O = 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot 15{,}52 = 312{,}32[cm^2]$

c) r = 5 cm h= 15 cm

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 15 = 392{,}7\ [cm^3]$

$O = \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5 \cdot hs$

$O = 314{,}16\ [cm^2]$

d) a = 8 cm b= 4cm h = 10 cm

$V_{Quader} = a \cdot b \cdot h$

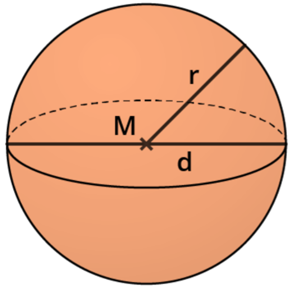
$V_{Quader} = 8 \cdot 4 \cdot 10 = 320[cm^3]$

$O = 2(8 \cdot 4 + 8 \cdot 10 + 4 \cdot 10)$

$O = 2*152 = 304[cm^2]$

Station 7 — Oberfläche und Volumen Kugel ☺

$$O_{Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

<u>1. Aufgabe:</u> Berechne das <u>Volumen</u> und die <u>Oberfläche</u> der Kugel.

a) $r = 5{,}5$ cm b) $d = 9$ cm c) $r = 4{,}1$ cm

<u>2. Aufgabe:</u> Berechne den Radius der Kugel.

a) $V = 500\ cm^3$ b) $V = 36\ cm^3$ c) $O = 100\ cm^2$ d) $O = 45\ m^2$

<u>3. Aufgabe:</u> Berechne die fehlenden Größe. Werte in die Formeln einsetzen und berechnen/umstellen.

Der Umfang eines Basketballs liegt zwischen 74,9 cm und 78 cm. Wie viel Material wird zur Herstellung von 1000 Bällen mindestens bzw. höchstens benötigt? Rechne mit 25% Verschnitt.

Lösung

grün: Station 7

Aufgabe 1

a) r =5,5 cm

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5{,}5^3 =$ **696,91[cm³]**

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 5{,}5^2 =$ **380 [cm²]**

b) d = 9 r =4,5 cm

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4{,}5^3 =$ **381,70[cm³]**

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 4{,}5^2 =$ **254,47 [cm²]**

c) r =4,1 cm

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4{,}1^3 =$ **288,7[cm³]**

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 4{,}1^2 =$ **211,24[cm²]**

Aufgabe 2:

a) V = 500 cm³

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$500 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$r^3 = 119{,}37$

r = 4,92 cm

b) V = 36 cm³

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$36 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$r^3 = 8{,}6$

r = 2,05 cm

c) O = 100 cm³

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$100 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$r^2 = 7{,}96$

r = 2,82 cm

d) O = 45 m³

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$45 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$r^2 = 3{,}58$

r = 1,89 m

Aufgabe 3:

$U = \pi \cdot 2r$

$74{,}9 = 2r \cdot \pi$

$r = 11{,}92$

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$O = 4 \cdot \pi \cdot 11{,}92^2$

$O = 1785{,}51$ [cm²]

$1785{,}51 \cdot 1{,}25 =$ **2231,89 [cm²]**

$\cdot$ 1000 und dann :1000 (Umrechnung)

= 2231,89 [m²]

$U = \pi \cdot 2r$

$78 = 2r \cdot \pi$

$r = 12{,}41$

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$O = 4 \cdot \pi \cdot 12{,}41^2$

$O = 1935{,}32$ [cm²]

$1935{,}32 \cdot 1{,}25 =$ **2419,15 [cm²]**

$\cdot$ 1000 und dann :1000 (Umrechnung)

= 2419,15 [m²]

Antwort: Mindestens werden 2231,89 m² und maximal werden 2419,15 m² benötigt.

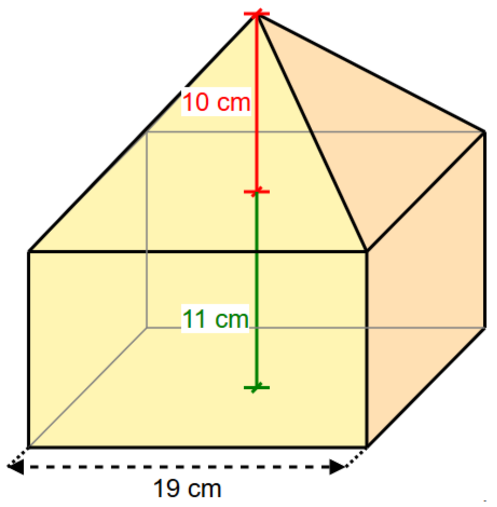
Station 8 | **zusammengesetzte Körper** | **Tipp**

$O_{Pyramide} = G + 2 \cdot a \cdot h_s$ | $O_{Kegel} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$ | $O_{Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

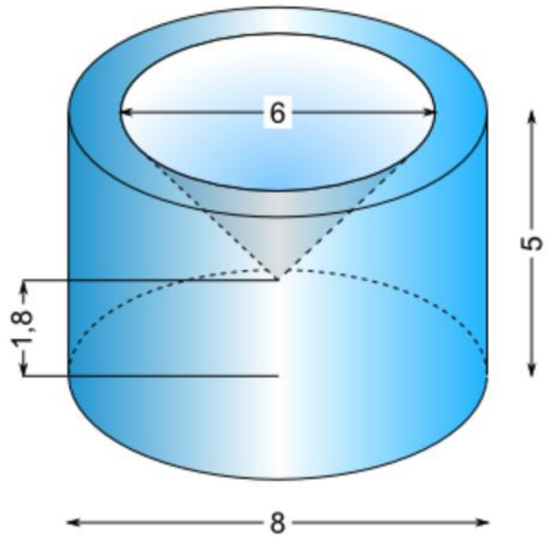
$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ | $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ | $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

1. Aufgabe:. Berechne Volumen und Oberfläche.

a)

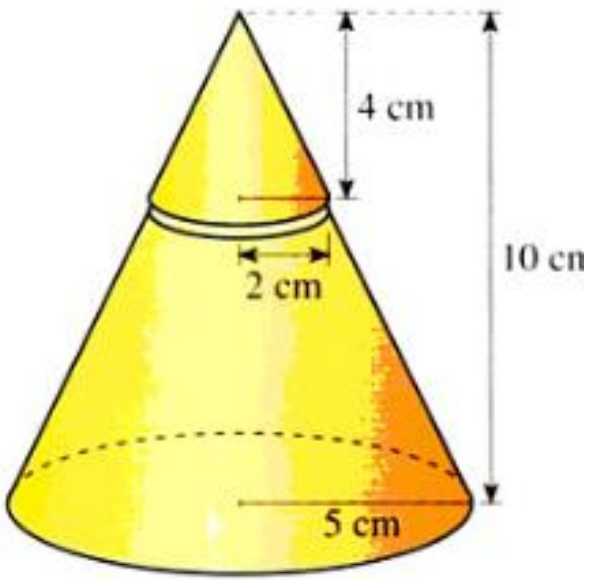


b)



(Maße in cm)

2. Aufgabe:. Berechne Volumen und Oberfläche des unteren Kegelstumpfes. (Tipp Rückseite)



Lösung

grün: Station 8

Aufgabe 1

a) a = 19 cm **h = 10 / 11**

$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 19^2 \cdot 10 = \mathbf{1203{,}33}\ [cm^3]$

$V_{Quader} = a \cdot b \cdot c = 19 \cdot 19 \cdot 11 = \mathbf{3971}\ [cm^3]$

$V_{Haus} = 3971 + 1203{,}33 = \mathbf{5174{,}33}\ [cm^3]$

$h_s^2 = h^2 + \frac{a}{2}^2$

$h_s^2 = 10^2 + \frac{19}{2}^2$

$h_s^2 = 190{,}25$

$h_s = \mathbf{13{,}79}$

$O_{Pyramide} = G + 2 \cdot a \cdot h_s$

$= 19^2 + 2 \cdot 19 \cdot 13{,}79 = 885{,}02\ [cm^2]$

$M_{Quader} = 4 \cdot 19 \cdot 11 = 836\ [cm^2]$

$O_{gesamt} = 836 + 885{,}02 = 1721{,}02\ [cm^2]$

b) a = 19 cm **h = 10 / 11**

$V_{Zylinder} = G \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 5 = \mathbf{251{,}33\ [cm^3]}$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3{,}2 = \mathbf{30{,}16\ [cm^3]}$

$V_{Gesamt} = 251{,}33 - 30{,}16 = \mathbf{221{,}17\ [cm^3]}$

$O_{Zylinder} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + \pi \cdot d \cdot h$

$= 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 8 \cdot 5$

$= \mathbf{226{,}19\ [cm^2]}$

$s^2 = h^2 + r^2$

$s^2 = 3^2 + 3{,}2^2$

$s^2 = 19{,}24$

$s = 4{,}39$

$M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 3 \cdot 4{,}39 = \mathbf{41{,}34\ [cm^2]}$

$G_{Kegel} = \pi \cdot 3^2 = \mathbf{28{,}27\ [cm^2]}$

$O_{gesamt} = 226{,}19 + 41{,}34 - 28{,}27 = \mathbf{239{,}26}\ [cm^2]$

Aufgabe 2

r = 2/ 5 cm **h = 4 / 10**

$V_{kl.Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \mathbf{16{,}76\ [cm^3]}$

$V_{gr.Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = \mathbf{261{,}8\ [cm^3]}$

$V_{Gesamt} = 261{,}8 - 16{,}76 = \mathbf{245{,}04\ [cm^3]}$

$s^2 = h^2 + r^2$

$s^2 = 10^2 + 5^2$	$s^2 = 4^2 + 2^2$
$s^2 = 125$	$s^2 = 20$
$s = 11{,}18$	$s = 4{,}47$

$M_{gr.Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 5 \cdot 11{,}18 = \mathbf{175{,}62\ [cm^2]}$

$M_{kl.Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 2 \cdot 4{,}47 = \mathbf{28{,}09\ [cm^2]}$

$G_{gr.\ Kegel} = \pi \cdot 5^2 = \mathbf{78{,}54\ [cm^2]}$

$G_{kl.\ Kegel} = \pi \cdot 2^2 = \mathbf{12{,}57\ [cm^2]}$

$O_{gesamt} = 175{,}62 - 28{,}09 + 78{,}54 + 12{,}57 = \mathbf{238{,}64 [cm^2]}$

Tipp

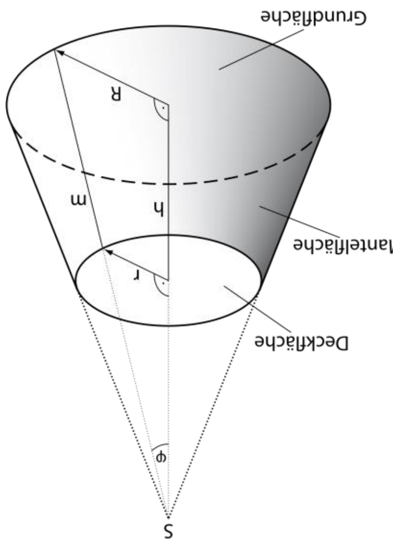
Zu Aufgabe 2:

Volumen:

Berechne zunächst das Volumen des gesamten Kegel, als hätte er eine Spitze. Berechne anschließend das Volumen des fehlenden Teils des Kegels und ziehe es vom gesamten Volumen ab. Nun erhältst du den Kegelstumpf.

Oberfläche:

Gehe vor wie beim Volumen. Achtung: berechne einzeln die Grundfläche und die Mantelfläche, denn nur den Mantel musst du voneinander subtrahieren. Hier kommt eine zusätzliche Grundfläche noch hinzu.



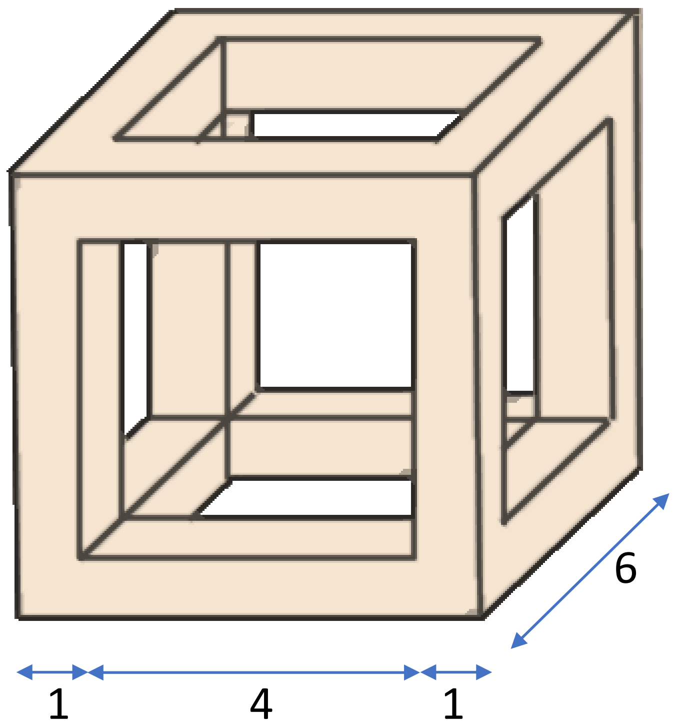
Station 1

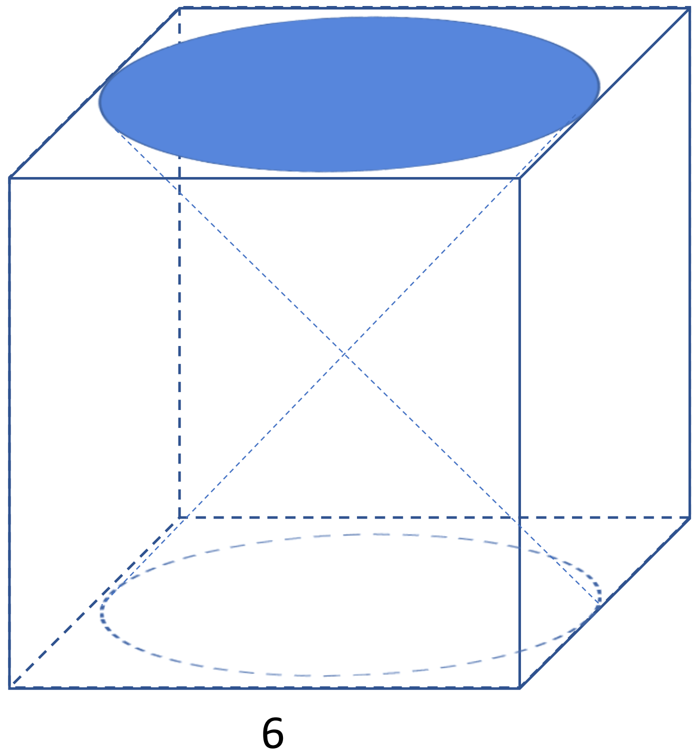
Textaufgabe Quader & Kegel

☺

a) **Bestimme** die Oberfläche und das Volumen der hohlen Würfel. (Maße in cm)

b) **Beschreibe,** wie man bei Würfel 1 am schnellsten Volumen und Oberfläche bestimmen kann.





Lösung

orange: Station 1

Aufgabe 1

a)

$V_{gr.\ Quader} = a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 6 \cdot 6 = \mathbf{216}\ [cm^3]$
$V_{kl.\ Quader} = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 4 \cdot 4 = \mathbf{64}\ [cm^3]$
$V_{schmale.\ Quader} = 6 \cdot a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 = \mathbf{96}[cm^3]$

$V_{gesamt} = 216 - 64 - 96 = \mathbf{56\ [cm^3]}$

$O_{Quader} = 6 \cdot (6 \cdot 6 - 4 \cdot 4) + 24 \cdot (4 \cdot 1)$
$= 120 + 96$
$= \mathbf{216\ [cm^2]}$

b)

$V_{gr.\ Quader} = a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 6 \cdot 6 = \mathbf{216\ [cm^3]}$
$V_{Kegel} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = \mathbf{56{,}55\ [cm^3]}$
$V_{Gesamt} = 216 - 56{,}55 = \mathbf{159{,}45\ [cm^3]}$

$O_{Quader} = a \cdot b \cdot c$
$= 6 \cdot 6 \cdot 6$
$= \mathbf{216\ [cm^2]}$

$s^2 = h^2 + r^2$
$s^2 = 3^2 + 3^2$
$s^2 = 18$
$s = 4{,}24$

$M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 3 \cdot 4{,}24 = \mathbf{39{,}96[cm^2]}$
$G_{Kegel} = \pi \cdot 3^2 = \mathbf{28{,}27\ [cm^2]}$

$O_{gesamt} = 216 + 2 \cdot 39{,}96 - 2 \cdot 28{,}27 = \mathbf{239{,}38\ [cm^2]}$

Station 2 | Textaufgabe Kugel und Quader | ☺

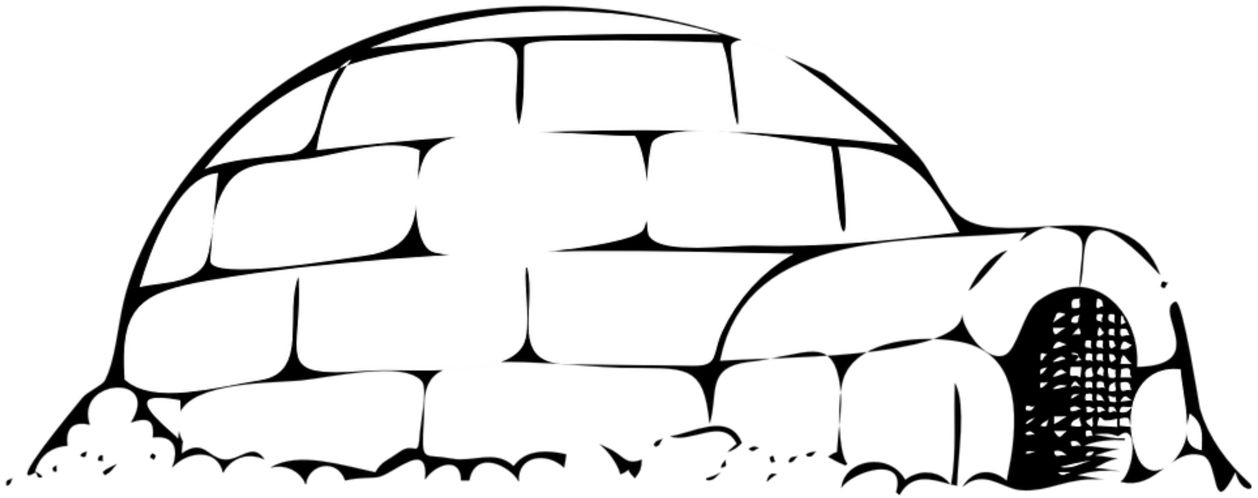
Die Inuit können aus Eisblöcken Iglus bauen, die (vereinfacht) die Form einer Halbkugel haben.

a) Wie groß ist das Volumen im Innenraum der Halbkugel?

b) Gib an, wie viel m³ Eis für ein solches Iglu verarbeitet wurden.

c) Berechne die innere und die äußere Oberfläche des Iglus (nur Halbkugel).

Wandstärke: 50 cm



Außendurchmesser am
Boden: 4,30 m

Lösung

orange: Station 2

Aufgabe 1

a) Durchmesser 4,3 m → Radius: 2,15 m

Radius Innenraum: 2,15 m – 0,5 m = 1,65 m

$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}65^3 = 18{,}82\ [m^3]$

$V_{Halbkugel} = 0{,}5 \cdot 18{,}82 = \mathbf{9{,}41\ [m^3]}$

b)

$V_{Außenkugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}15^3 = 41{,}63\ [m^3]$

$V_{Außenhalbkugel} = 0{,}5 \cdot 41{,}63 = \mathbf{20{,}81\ [m^3]}$

$V_{Eissteine} = V_{Außenhalbkugel} - V_{Halbkugel}$

$= 20{,}81 - 9{,}41 = \mathbf{11{,}4\ [m^3]}$

c)

$O_{gr.Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 2{,}15^2 = 58{,}09\ [m^2]$

$O_{halbe\ gr.Kugel} = 58{,}09 : 2 = \mathbf{29{,}05[m^2]}$

$O_{kl.Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1{,}65^2 = 34{,}21\ [m^2]$

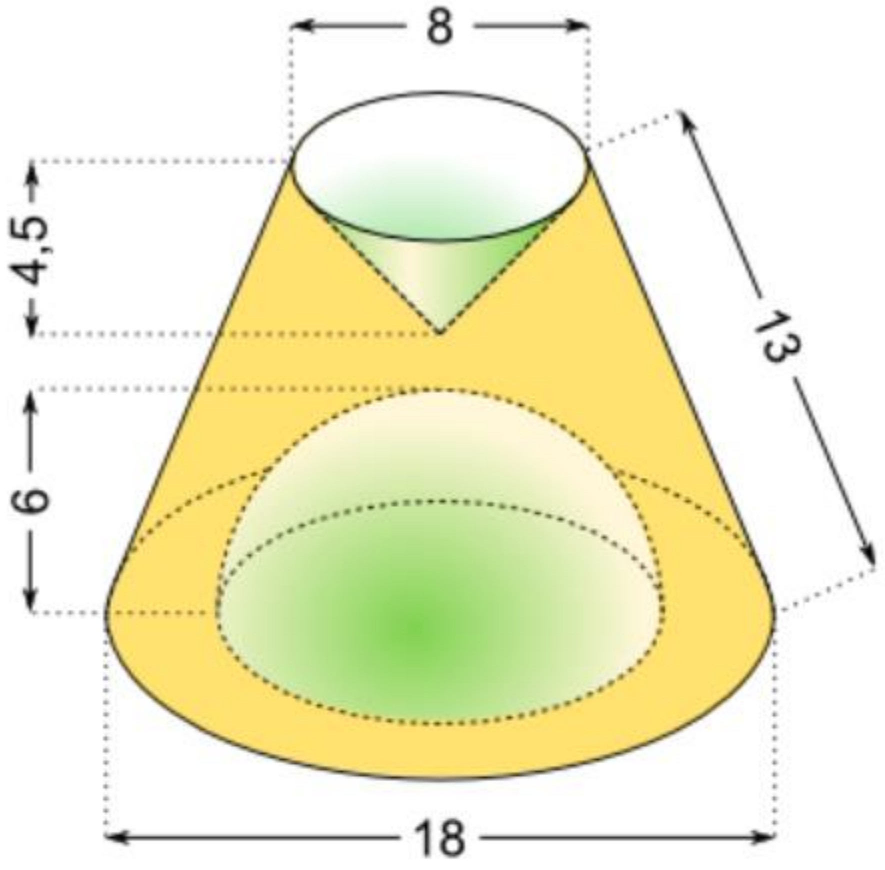
$O_{halbe\ kl.Kugel} = 34{,}21 : 2 = \mathbf{17{,}1[m^2]}$

Station 3

Textaufgabe gemischte Körper

Tipp

Kegelstumpf, Kegel und Halbkugel
Berechne das Volumen und die Oberfläche



(Maße in cm)

orange: Station 3

Lösung

Aufgabe 1

$s^2 = (r_2 - r_1)^2 + h^2$

$13^2 = (9 - 4)^2 + h^2$

$169 = 25 + h^2$

$144 = h^2$

$h = 12$

$V_{Kegelstumpf} = \frac{\pi}{3} \cdot h\,(r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2)$

$V_{Kegelstumpf} = \frac{\pi}{3} \cdot 12\,(9^2 + 9 \cdot 4 + 4^2) = \mathbf{1671{,}33\ [cm^3]}$

$V_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 = \mathbf{452{,}39 [cm^2]}$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 4{,}5 = \mathbf{75{,}39\ [cm^3]}$

$V_{Gesamt} = 1671{,}33 - 452{,}39 - 75{,}39 = \mathbf{1143{,}55\ [cm^3]}$

$M_{Kegelstumpf} = \pi \cdot s(r_2 + r_1) = \pi \cdot 13(9 + 4) = \mathbf{530{,}93\ [cm^2]}$

$M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 4 \cdot 6{,}02 = \mathbf{75{,}65\ [cm^2]}$

$O_{Halbkugel} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 6^2 = \mathbf{226{,}19\ [cm^2]}$

$G_{Kreisring} = \pi \cdot r^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 - \pi \cdot 6^2 = \mathbf{141{,}37\ [cm^2]}$

$O_{Gesamt} = 530{,}93 + 75{,}65 + 226{,}19 + 141{,}37 = \mathbf{974{,}14\ [cm^3]}$

$s^2 = r^2 + h^2$

$s^2 = 4^2 + 4{,}5^2$

$s = 6{,}02$

Tipp

$s^2 = (r_2 - r_1)^2 + h^2$

$G_{groß} = \pi \cdot r_2^2$

$G_{klein} = \pi \cdot r_1^2$

$M = \pi s(r_2 + r_1)$

$O = M + G_{groß} + G_{klein}$

$V = \frac{\pi}{3} \cdot h\,(r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2)$